

Algebra I Übungsblatt 3

Aufgabe 11:

Beweisen Sie, dass die in der Vorlesung angegebene Konstruktion für das reguläre 5-Eck (vgl. Beispiel 4.4) korrekt ist.

Aufgabe 12:

In der Zeichenebene sei die Parabel $P = \{x + iy \mid y = x^2, x, y \in \mathbb{R}\}$ gegeben. Zusätzlich zu den Konstruktionen mit Zirkel und Lineal gelte ein Punkt als konstruierbar, wenn er

- i) Schnittpunkt einer bereits konstruierten Gerade mit P ist,
- ii) Schnittpunkt eines bereits konstruierten Kreises mit P ist.

Zeigen Sie, dass dann folgende Konstruktionen durchführbar sind:

- a) dritte Wurzel aus einer bereits konstruierten reellen Zahl,
- b) Dreiteilung eines bereits konstruierten Winkels,
- c) dritte Wurzel aus einer bereits konstruierten komplexen Zahl.

[Hinweis: Betrachten Sie Schnittpunkte von Kreisen mit der Parabel.]

Aufgabe 13:

Zeigen Sie, dass eine Zahl $z \in \mathbb{C}$ genau dann mit Zirkel und Lineal unter Hinzunahme der Konstruktionen i) und ii) aus Aufgabe 12 konstruierbar ist, wenn sie in einem Teilkörper $L \subseteq \mathbb{C}$ enthalten ist, der aus \mathbb{Q} durch sukzessive Adjunktion von Quadratwurzeln und dritten Wurzeln hervorgeht.

Aufgabe 14:

Finden Sie eine konkrete Origami-Konstruktion für

- a) $\sqrt[3]{2}$,
- b) den Winkel $\alpha = 40^\circ$.

Aufgabe 15:

Zeigen Sie mit CoCoA, dass die Formeln von Cardano und Ferrari zur Auflösung algebraischer Gleichungen vom Grad 4 korrekt sind.