

Kopfrechnen geht schneller als Du denkst!

Martin Kreuzer

Universität Passau

martin.kreuzer@uni-passau.de

Lehrerfortbildung "Rechnen oder rechnen lassen?"

Universität Passau, 21.12.2016

Inhaltsübersicht

Inhaltsübersicht

- 1 Das kleine Einmaleins

Inhaltsübersicht

- 1 Das kleine Einmaleins
- 2 Das große Einmaleins

Inhaltsübersicht

- 1 Das kleine Einmaleins
- 2 Das große Einmaleins
- 3 Quadrieren

Inhaltsübersicht

- 1 Das kleine Einmaleins
- 2 Das große Einmaleins
- 3 Quadrieren
- 4 Quadratische Gleichungen und Wurzelziehen

Inhaltsübersicht

- 1 Das kleine Einmaleins
- 2 Das große Einmaleins
- 3 Quadrieren
- 4 Quadratische Gleichungen und Wurzelziehen
- 5 Datumsrechnung

Inhaltsübersicht

- 1 Das kleine Einmaleins
- 2 Das große Einmaleins
- 3 Quadrieren
- 4 Quadratische Gleichungen und Wurzelziehen
- 5 Datumsrechnung
- 6 Rechenzauberei

1 Das kleine Einmaleins

Sehr nützlich und schnell ist das **Fingerrechnen**
um etwas **Sorgfalt** zu zeigen
und **maximale Rechenkraft** abzuliefern.

(Beda Venerabilis, 673-735 n.Chr.)

1 Das kleine Einmaleins

Sehr nützlich und schnell ist das **Fingerrechnen**
um etwas **Sorgfalt** zu zeigen
und **maximale Rechenkraft** abzuliefern.

(Beda Venerabilis, 673-735 n.Chr.)

Multipliziere zwei Zahlen zwischen 5 und 10 wie folgt:

1 Das kleine Einmaleins

Sehr nützlich und schnell ist das **Fingerrechnen**
um etwas **Sorgfalt** zu zeigen
und **maximale Rechenkraft** abzuliefern.

(Beda Venerabilis, 673-735 n.Chr.)

Multipliziere zwei Zahlen zwischen 5 und 10 wie folgt:

(1) Zähle an einer Hand von 10 rückwärts zur ersten Zahl.

1 Das kleine Einmaleins

Sehr nützlich und schnell ist das **Fingerrechnen**
um etwas **Sorgfalt** zu zeigen
und **maximale Rechenkraft** abzuliefern.

(Beda Venerabilis, 673-735 n.Chr.)

Multipliziere zwei Zahlen zwischen 5 und 10 wie folgt:

- (1) Zähle an einer Hand von 10 rückwärts zur ersten Zahl.
- (2) Zähle an der anderen Hand von 10 rückwärts zur zweiten Zahl.

1 Das kleine Einmaleins

Sehr nützlich und schnell ist das **Fingerrechnen**
um etwas **Sorgfalt zu zeigen**
und **maximale Rechenkraft abzuliefern.**

(Beda Venerabilis, 673-735 n.Chr.)

Multipliziere zwei Zahlen zwischen 5 und 10 wie folgt:

- (1) Zähle an einer Hand von 10 rückwärts zur ersten Zahl.
- (2) Zähle an der anderen Hand von 10 rückwärts zur zweiten Zahl.
- (3) Addiere die restlichen Finger und erhalte die Zehnerzahl.

1 Das kleine Einmaleins

Sehr nützlich und schnell ist das **Fingerrechnen**
um etwas **Sorgfalt** zu zeigen
und **maximale Rechenkraft** abzuliefern.

(Beda Venerabilis, 673-735 n.Chr.)

Multipliziere zwei Zahlen zwischen 5 und 10 wie folgt:

- (1) Zähle an einer Hand von 10 rückwärts zur ersten Zahl.
- (2) Zähle an der anderen Hand von 10 rückwärts zur zweiten Zahl.
- (3) Addiere die restlichen Finger und erhalte die Zehnerzahl.
- (4) Multipliziere die Zahlen der umgeknickten Finger und addiere das Resultat zur Zehnerzahl. Dies ist das Produkt.

Beispiel:



Zehnerzahl $3 + 2 = 5$, Einerzahl $2 \cdot 3 = 6$

Beispiel:



Zehnerzahl $3 + 2 = 5$, Einerzahl $2 \cdot 3 = 6$

Beweis: Seien x, y die Anzahlen der umgeknickten Finger. Dann gilt:

$$(10 - x) \cdot (10 - y) = 100 - 10x - 10y + xy = 10 \cdot [(5 - x) + (5 - y)] + xy$$

2 Das große Einmaleins

Es lohnt sich, in der Schule aufzupassen,
denn die Mathematik lehrt,
dass man Nullen nicht übersehen darf.
Keine andere Erkenntnis macht sich
bei der Karriereplanung so bezahlt.

(Karl-Heinz Karius)

2 Das große Einmaleins

Es lohnt sich, in der Schule aufzupassen,
denn die Mathematik lehrt,
dass man Nullen nicht übersehen darf.
Keine andere Erkenntnis macht sich
bei der Karriereplanung so bezahlt.

(Karl-Heinz Karius)

Berechne das Produkt zweier Zahlen zwischen 10 und 20 wie folgt:

2 Das große Einmaleins

Es lohnt sich, in der Schule aufzupassen,
denn die Mathematik lehrt,
dass man Nullen nicht übersehen darf.
Keine andere Erkenntnis macht sich
bei der Karriereplanung so bezahlt.

(Karl-Heinz Karius)

Berechne das Produkt zweier Zahlen zwischen 10 und 20 wie folgt:

(1) Addiere zur ersten Zahl die Einer der zweiten.

2 Das große Einmaleins

Es lohnt sich, in der Schule aufzupassen,
denn die Mathematik lehrt,
dass man Nullen nicht übersehen darf.
Keine andere Erkenntnis macht sich
bei der Karriereplanung so bezahlt.

(Karl-Heinz Karius)

Berechne das Produkt zweier Zahlen zwischen 10 und 20 wie folgt:

- (1) Addiere zur ersten Zahl die Einer der zweiten.
- (2) Hänge eine Null an das Ergebnis an.

2 Das große Einmaleins

Es lohnt sich, in der Schule aufzupassen,
denn die Mathematik lehrt,
dass man Nullen nicht übersehen darf.
Keine andere Erkenntnis macht sich
bei der Karriereplanung so bezahlt.

(Karl-Heinz Karius)

Berechne das Produkt zweier Zahlen zwischen 10 und 20 wie folgt:

- (1) Addiere zur ersten Zahl die Einer der zweiten.
- (2) Hänge eine Null an das Ergebnis an.
- (3) Nun addiere das Produkt der Einerziffern. Fertig!

Beispiel 1: Wir berechnen $13 \cdot 17$ mit dieser Methode:

Beispiel 1: Wir berechnen $13 \cdot 17$ mit dieser Methode:

(1) $13 + 7 = 20$

Beispiel 1: Wir berechnen $13 \cdot 17$ mit dieser Methode:

(1) $13 + 7 = 20$

(2) Eine Null anhängen ergibt 200.

Beispiel 1: Wir berechnen $13 \cdot 17$ mit dieser Methode:

(1) $13 + 7 = 20$

(2) Eine Null anhängen ergibt 200.

(3) Addiere $3 \cdot 7 = 21$ und erhalte **221**.

Beispiel 1: Wir berechnen $13 \cdot 17$ mit dieser Methode:

(1) $13 + 7 = 20$

(2) Eine Null anhängen ergibt 200.

(3) Addiere $3 \cdot 7 = 21$ und erhalte **221**.

Beispiel 2: Wir berechnen $14 \cdot 19$ ebenso:

Beispiel 1: Wir berechnen $13 \cdot 17$ mit dieser Methode:

(1) $13 + 7 = 20$

(2) Eine Null anhängen ergibt 200.

(3) Addiere $3 \cdot 7 = 21$ und erhalte **221**.

Beispiel 2: Wir berechnen $14 \cdot 19$ ebenso:

(1) $14 + 9 = 23$

Beispiel 1: Wir berechnen $13 \cdot 17$ mit dieser Methode:

(1) $13 + 7 = 20$

(2) Eine Null anhängen ergibt 200.

(3) Addiere $3 \cdot 7 = 21$ und erhalte **221**.

Beispiel 2: Wir berechnen $14 \cdot 19$ ebenso:

(1) $14 + 9 = 23$

(2) Eine Null anhängen ergibt 230.

Beispiel 1: Wir berechnen $13 \cdot 17$ mit dieser Methode:

(1) $13 + 7 = 20$

(2) Eine Null anhängen ergibt 200.

(3) Addiere $3 \cdot 7 = 21$ und erhalte **221**.

Beispiel 2: Wir berechnen $14 \cdot 19$ ebenso:

(1) $14 + 9 = 23$

(2) Eine Null anhängen ergibt 230.

(3) Addiere $4 \cdot 9 = 36$ und erhalte **266**.

Beispiel 1: Wir berechnen $13 \cdot 17$ mit dieser Methode:

(1) $13 + 7 = 20$

(2) Eine Null anhängen ergibt 200.

(3) Addiere $3 \cdot 7 = 21$ und erhalte **221**.

Beispiel 2: Wir berechnen $14 \cdot 19$ ebenso:

(1) $14 + 9 = 23$

(2) Eine Null anhängen ergibt 230.

(3) Addiere $4 \cdot 9 = 36$ und erhalte **266**.

Das Zwischenergebnis wird im **Arbeitsgedächtnis** gespeichert.

Es hat nur eine Kapazität von **7 Informationseinheiten**.

Beispiel 1: Wir berechnen $13 \cdot 17$ mit dieser Methode:

(1) $13 + 7 = 20$

(2) Eine Null anhängen ergibt 200.

(3) Addiere $3 \cdot 7 = 21$ und erhalte **221**.

Beispiel 2: Wir berechnen $14 \cdot 19$ ebenso:

(1) $14 + 9 = 23$

(2) Eine Null anhängen ergibt 230.

(3) Addiere $4 \cdot 9 = 36$ und erhalte **266**.

Das Zwischenergebnis wird im **Arbeitsgedächtnis** gespeichert.

Es hat nur eine Kapazität von **7 Informationseinheiten**.

Beweis der Methode: Es gilt:

$$(10 + a) \cdot (10 + b) = 10(10 + a + b) + ab$$

Multiplizieren mit der dritten binomischen Formel

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

Multiplizieren mit der dritten binomischen Formel

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

Voraussetzung: Wir wissen die Quadratzahlen $1^2 = 1$, $2^2 = 4, \dots$, $20^2 = 400$ auswendig. Sie müssen ins **Langzeitgedächtnis**.

Multiplizieren mit der dritten binomischen Formel

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

Voraussetzung: Wir wissen die Quadratzahlen $1^2 = 1$, $2^2 = 4, \dots$, $20^2 = 400$ auswendig. Sie müssen ins **Langzeitgedächtnis**.

Erster Fall: $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$ oder $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ etc.

Multiplizieren mit der dritten binomischen Formel

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

Voraussetzung: Wir wissen die Quadratzahlen $1^2 = 1$, $2^2 = 4, \dots$, $20^2 = 400$ auswendig. Sie müssen ins **Langzeitgedächtnis**.

Erster Fall: $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$ oder $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ etc.

Zum Beispiel gilt $14 \cdot 16 =$

Multiplizieren mit der dritten binomischen Formel

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

Voraussetzung: Wir wissen die Quadratzahlen $1^2 = 1$, $2^2 = 4, \dots$, $20^2 = 400$ auswendig. Sie müssen ins **Langzeitgedächtnis**.

Erster Fall: $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$ oder $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ etc.

Zum Beispiel gilt $14 \cdot 16 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$.

Multiplizieren mit der dritten binomischen Formel

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

Voraussetzung: Wir wissen die Quadratzahlen $1^2 = 1$, $2^2 = 4, \dots$, $20^2 = 400$ auswendig. Sie müssen ins **Langzeitgedächtnis**.

Erster Fall: $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$ oder $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ etc.

Zum Beispiel gilt $14 \cdot 16 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$.

Oder auch: $13 \cdot 17 =$

Multiplizieren mit der dritten binomischen Formel

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

Voraussetzung: Wir wissen die Quadratzahlen $1^2 = 1$, $2^2 = 4, \dots$, $20^2 = 400$ auswendig. Sie müssen ins **Langzeitgedächtnis**.

Erster Fall: $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$ oder $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ etc.

Zum Beispiel gilt $14 \cdot 16 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$.

Oder auch: $13 \cdot 17 = 15^2 - 4 = 225 - 4 = 221$.

Multiplizieren mit der dritten binomischen Formel

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

Voraussetzung: Wir wissen die Quadratzahlen $1^2 = 1$, $2^2 = 4, \dots$, $20^2 = 400$ auswendig. Sie müssen ins **Langzeitgedächtnis**.

Erster Fall: $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$ oder $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ etc.

Zum Beispiel gilt $14 \cdot 16 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$.

Oder auch: $13 \cdot 17 = 15^2 - 4 = 225 - 4 = 221$.

Zweiter Fall: $(10a + b) \cdot (10a - b) = 100a^2 - b^2$

Multiplizieren mit der dritten binomischen Formel

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

Voraussetzung: Wir wissen die Quadratzahlen $1^2 = 1$, $2^2 = 4, \dots$, $20^2 = 400$ auswendig. Sie müssen ins **Langzeitgedächtnis**.

Erster Fall: $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$ oder $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ etc.

Zum Beispiel gilt $14 \cdot 16 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$.

Oder auch: $13 \cdot 17 = 15^2 - 4 = 225 - 4 = 221$.

Zweiter Fall: $(10a + b) \cdot (10a - b) = 100a^2 - b^2$

Zum Beispiel gilt $37 \cdot 43 =$

Multiplizieren mit der dritten binomischen Formel

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

Voraussetzung: Wir wissen die Quadratzahlen $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, ..., $20^2 = 400$ auswendig. Sie müssen ins **Langzeitgedächtnis**.

Erster Fall: $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$ oder $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ etc.

Zum Beispiel gilt $14 \cdot 16 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$.

Oder auch: $13 \cdot 17 = 15^2 - 4 = 225 - 4 = 221$.

Zweiter Fall: $(10a + b) \cdot (10a - b) = 100a^2 - b^2$

Zum Beispiel gilt $37 \cdot 43 = 40^2 - 3^2 = 1600 - 9 = 1591$.

Multiplizieren mit der dritten binomischen Formel

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

Voraussetzung: Wir wissen die Quadratzahlen $1^2 = 1$, $2^2 = 4, \dots$, $20^2 = 400$ auswendig. Sie müssen ins **Langzeitgedächtnis**.

Erster Fall: $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$ oder $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ etc.

Zum Beispiel gilt $14 \cdot 16 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$.

Oder auch: $13 \cdot 17 = 15^2 - 4 = 225 - 4 = 221$.

Zweiter Fall: $(10a + b) \cdot (10a - b) = 100a^2 - b^2$

Zum Beispiel gilt $37 \cdot 43 = 40^2 - 3^2 = 1600 - 9 = 1591$.

Oder auch $75 \cdot 85 =$

Multiplizieren mit der dritten binomischen Formel

$$(x + y) \cdot (x - y) = x^2 - y^2$$

Voraussetzung: Wir wissen die Quadratzahlen $1^2 = 1$, $2^2 = 4, \dots$, $20^2 = 400$ auswendig. Sie müssen ins **Langzeitgedächtnis**.

Erster Fall: $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$ oder $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ etc.

Zum Beispiel gilt $14 \cdot 16 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$.

Oder auch: $13 \cdot 17 = 15^2 - 4 = 225 - 4 = 221$.

Zweiter Fall: $(10a + b) \cdot (10a - b) = 100a^2 - b^2$

Zum Beispiel gilt $37 \cdot 43 = 40^2 - 3^2 = 1600 - 9 = 1591$.

Oder auch $75 \cdot 85 = 80^2 - 5^2 = 6400 - 25 = 6375$.

Produkte von Zahlen bei einer Zehnerpotenz

Produkte von Zahlen bei einer Zehnerpotenz

Erst vertikal, dann kreuzweise, dann horizontal

Produkte von Zahlen bei einer Zehnerpotenz

Erst vertikal, dann kreuzweise, dann horizontal

Erster Fall: Beide Zahlen sind knapp unter einer Zehnerpotenz.

Produkte von Zahlen bei einer Zehnerpotenz

Erst vertikal, dann kreuzweise, dann horizontal

Erster Fall: Beide Zahlen sind knapp unter einer Zehnerpotenz.

Zum Beispiel berechnen wir $83 \cdot 96$.

Produkte von Zahlen bei einer Zehnerpotenz

Erst vertikal, dann kreuzweise, dann horizontal

Erster Fall: Beide Zahlen sind knapp unter einer Zehnerpotenz.

Zum Beispiel berechnen wir $83 \cdot 96$.

$$83 \cdot 96$$

Produkte von Zahlen bei einer Zehnerpotenz

Erst vertikal, dann kreuzweise, dann horizontal

Erster Fall: Beide Zahlen sind knapp unter einer Zehnerpotenz.

Zum Beispiel berechnen wir $83 \cdot 96$.

$$\begin{array}{ccc} 83 & \cdot & 96 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 17 & & 4 \end{array}$$

(1) Vertikal: $100 - 83 = 17$ und $100 - 96 = 4$

Produkte von Zahlen bei einer Zehnerpotenz

Erst vertikal, dann kreuzweise, dann horizontal

Erster Fall: Beide Zahlen sind knapp unter einer Zehnerpotenz.

Zum Beispiel berechnen wir $83 \cdot 96$.

$$\begin{array}{ccc} 83 & \cdot & 96 \\ \downarrow & \times & \downarrow \\ 17 & & 4 \end{array}$$

(1) Vertikal: $100 - 83 = 17$ und $100 - 96 = 4$

(2) Kreuzweise: $96 - 17 = 83 - 4 = 79$

Produkte von Zahlen bei einer Zehnerpotenz

Erst vertikal, dann kreuzweise, dann horizontal

Erster Fall: Beide Zahlen sind knapp unter einer Zehnerpotenz.

Zum Beispiel berechnen wir $83 \cdot 96$.

$$\begin{array}{ccc} 83 & \cdot & 96 \\ \downarrow & \times & \downarrow \\ 17 & \cdot & 4 \end{array}$$

(1) Vertikal: $100 - 83 = 17$ und $100 - 96 = 4$

(2) Kreuzweise: $96 - 17 = 83 - 4 = 79$

(3) Horizontal: $17 \cdot 4 = 68$

Produkte von Zahlen bei einer Zehnerpotenz

Erst vertikal, dann kreuzweise, dann horizontal

Erster Fall: Beide Zahlen sind knapp unter einer Zehnerpotenz.

Zum Beispiel berechnen wir $83 \cdot 96$.

$$\begin{array}{ccc} 83 & \cdot & 96 \\ \downarrow & \times & \downarrow \\ 17 & \cdot & 4 \end{array}$$

(1) Vertikal: $100 - 83 = 17$ und $100 - 96 = 4$

(2) Kreuzweise: $96 - 17 = 83 - 4 = 79$

(3) Horizontal: $17 \cdot 4 = 68$ Ergebnis: **7968**

Zweiter Fall: Beide Zahlen sind knapp über einer Zehnerpotenz.

Zweiter Fall: Beide Zahlen sind knapp über einer Zehnerpotenz.

Zum Beispiel berechnen wir $107 \cdot 111$.

Zweiter Fall: Beide Zahlen sind knapp über einer Zehnerpotenz.

Zum Beispiel berechnen wir $107 \cdot 111$.

$$107 \quad \cdot \quad 111$$

Zweiter Fall: Beide Zahlen sind knapp über einer Zehnerpotenz.

Zum Beispiel berechnen wir $107 \cdot 111$.

$$\begin{array}{ccc} 107 & \cdot & 111 \\ \downarrow & & \downarrow \\ -7 & & -11 \end{array}$$

(1) Vertikal: $100 - 107 = -7$ und $100 - 111 = -11$

Zweiter Fall: Beide Zahlen sind knapp über einer Zehnerpotenz.

Zum Beispiel berechnen wir $107 \cdot 111$.

$$\begin{array}{ccc} 107 & \cdot & 111 \\ \downarrow & \times & \downarrow \\ -7 & & -11 \end{array}$$

(1) Vertikal: $100 - 107 = -7$ und $100 - 111 = -11$

(2) Kreuzweise: $111 + 7 = 107 + 11 = 118$

Zweiter Fall: Beide Zahlen sind knapp über einer Zehnerpotenz.

Zum Beispiel berechnen wir $107 \cdot 111$.

$$\begin{array}{ccc} 107 & \cdot & 111 \\ \downarrow & \times & \downarrow \\ -7 & \cdot & -11 \end{array}$$

- (1) Vertikal: $100 - 107 = -7$ und $100 - 111 = -11$
- (2) Kreuzweise: $111 + 7 = 107 + 11 = 118$
- (3) Horizontal: $(-7) \cdot (-11) = 77$

Zweiter Fall: Beide Zahlen sind knapp über einer Zehnerpotenz.

Zum Beispiel berechnen wir $107 \cdot 111$.

$$\begin{array}{ccc} 107 & \cdot & 111 \\ \downarrow & \times & \downarrow \\ -7 & \cdot & -11 \end{array}$$

- (1) Vertikal: $100 - 107 = -7$ und $100 - 111 = -11$
- (2) Kreuzweise: $111 + 7 = 107 + 11 = 118$
- (3) Horizontal: $(-7) \cdot (-11) = 77$

Ergebnis: **11877**

Dritter Fall: Die Zahlen sind über und unter einer Zehnerpotenz.

Dritter Fall: Die Zahlen sind über und unter einer Zehnerpotenz.

$$104 \cdot 87$$

Dritter Fall: Die Zahlen sind über und unter einer Zehnerpotenz.

$$\begin{array}{ccc} 104 & \cdot & 87 \\ \downarrow & \times & \downarrow \\ -4 & \cdot & 13 \end{array}$$

Dritter Fall: Die Zahlen sind über und unter einer Zehnerpotenz.

$$\begin{array}{ccc} 104 & \cdot & 87 \\ \downarrow & \times & \downarrow \\ -4 & \cdot & 13 \end{array}$$

Ergebnis: **9100 - 52 = 9048**

Dritter Fall: Die Zahlen sind über und unter einer Zehnerpotenz.

$$\begin{array}{ccc} 104 & \cdot & 87 \\ \downarrow & \times & \downarrow \\ -4 & \cdot & 13 \end{array}$$

Ergebnis: $9100 - 52 = 9048$

Beweis der Methode:

Dritter Fall: Die Zahlen sind über und unter einer Zehnerpotenz.

$$\begin{array}{ccc} 104 & \cdot & 87 \\ \downarrow & \times & \downarrow \\ -4 & \cdot & 13 \end{array}$$

Ergebnis: $9100 - 52 = 9048$

Beweis der Methode:

$$(100 - a) \cdot (100 - b)$$

Dritter Fall: Die Zahlen sind über und unter einer Zehnerpotenz.

$$\begin{array}{ccc} 104 & \cdot & 87 \\ \downarrow & \times & \downarrow \\ -4 & \cdot & 13 \end{array}$$

Ergebnis: **9100** – **52** = **9048**

Beweis der Methode:

$$\begin{array}{ccc} (100 - a) & \cdot & (100 - b) \\ \downarrow & \times & \downarrow \\ a & \cdot & b \end{array}$$

Dritter Fall: Die Zahlen sind über und unter einer Zehnerpotenz.

$$\begin{array}{ccc} 104 & \cdot & 87 \\ \downarrow & \times & \downarrow \\ -4 & \cdot & 13 \end{array}$$

Ergebnis: **9100** - **52** = **9048**

Beweis der Methode:

$$\begin{array}{ccc} (100 - a) & \cdot & (100 - b) \\ \downarrow & \times & \downarrow \\ a & \cdot & b \end{array}$$

$$(100 - a) \cdot (100 - b) = 100(100 - a - b) + ab$$

3

Quadrieren

In Mathe war ich immer gut,
bis sie anfangen, das Alphabet hineinzumischen.

3 Quadrieren

In Mathe war ich immer gut,
bis sie anfangen, das Alphabet hineinzumischen.

Der **Einsertrick** und der **Neunertrick** beruhen auf den ersten beiden **binomischen Formeln**

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1 \quad \text{und} \quad (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

3 Quadrieren

In Mathe war ich immer gut,
bis sie anfangen, das Alphabet hineinzumischen.

Der **Einsertrick** und der **Neunertrick** beruhen auf den ersten beiden **binomischen Formeln**

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1 \quad \text{und} \quad (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

Beispiel 1: $41^2 =$

3 Quadrieren

In Mathe war ich immer gut,
bis sie anfangen, das Alphabet hineinzumischen.

Der **Einsertrick** und der **Neunertrick** beruhen auf den ersten beiden **binomischen Formeln**

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1 \quad \text{und} \quad (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

Beispiel 1: $41^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 + 1 = 1600 + 80 + 1 = 1681$.

3 Quadrieren

In Mathe war ich immer gut,
bis sie anfangen, das Alphabet hineinzumischen.

Der **Einsertrick** und der **Neunertrick** beruhen auf den ersten beiden **binomischen Formeln**

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1 \quad \text{und} \quad (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

Beispiel 1: $41^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 + 1 = 1600 + 80 + 1 = 1681.$

Beispiel 2: $79^2 =$

3 Quadrieren

In Mathe war ich immer gut,
bis sie anfangen, das Alphabet hineinzumischen.

Der **Einsertrick** und der **Neunertrick** beruhen auf den ersten beiden **binomischen Formeln**

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1 \quad \text{und} \quad (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

Beispiel 1: $41^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 + 1 = 1600 + 80 + 1 = 1681.$

Beispiel 2: $79^2 = 80^2 - 2 \cdot 80 + 1 = 6400 - 160 + 1 = 6241.$

3 Quadrieren

In Mathe war ich immer gut,
bis sie anfangen, das Alphabet hineinzumischen.

Der **Einsertrick** und der **Neunertrick** beruhen auf den ersten beiden **binomischen Formeln**

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1 \quad \text{und} \quad (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

Beispiel 1: $41^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 + 1 = 1600 + 80 + 1 = 1681.$

Beispiel 2: $79^2 = 80^2 - 2 \cdot 80 + 1 = 6400 - 160 + 1 = 6241.$

Beispiel 3: $131^2 =$

3 Quadrieren

In Mathe war ich immer gut,
bis sie anfangen, das Alphabet hineinzumischen.

Der **Einsertrick** und der **Neunertrick** beruhen auf den ersten beiden **binomischen Formeln**

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1 \quad \text{und} \quad (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

Beispiel 1: $41^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 + 1 = 1600 + 80 + 1 = 1681.$

Beispiel 2: $79^2 = 80^2 - 2 \cdot 80 + 1 = 6400 - 160 + 1 = 6241.$

Beispiel 3: $131^2 = 130^2 + 2 \cdot 130 + 1 = 16900 + 260 + 1 = 17161.$

Quadrieren mit den binomischen Formeln

Quadrieren mit den binomischen Formeln

(1) Runde auf die nächste Zehnerzahl auf oder ab.

Quadrieren mit den binomischen Formeln

- (1) Runde auf die nächste Zehnerzahl auf oder ab.
- (2) Verwende die Formel $(10 a \pm b)^2 = 100 a^2 \pm 20ab + b^2$.

Quadrieren mit den binomischen Formeln

- (1) Runde auf die nächste Zehnerzahl auf oder ab.
- (2) Verwende die Formel $(10 a \pm b)^2 = 100 a^2 \pm 20ab + b^2$.

Beispiel 1: $52^2 = (50+2)^2 =$

Quadrieren mit den binomischen Formeln

(1) Runde auf die nächste Zehnerzahl auf oder ab.

(2) Verwende die Formel $(10 a \pm b)^2 = 100 a^2 \pm 20ab + b^2$.

Beispiel 1: $52^2 = (50+2)^2 = 50^2 + 4 \cdot 50 + 2^2 = 2500 + 200 + 4 = 2704$.

Quadrieren mit den binomischen Formeln

(1) Runde auf die nächste Zehnerzahl auf oder ab.

(2) Verwende die Formel $(10 a \pm b)^2 = 100 a^2 \pm 20ab + b^2$.

Beispiel 1: $52^2 = (50+2)^2 = 50^2 + 4 \cdot 50 + 2^2 = 2500 + 200 + 4 = 2704$.

Beispiel 2: $77^2 = (80-3)^2 =$

Quadrieren mit den binomischen Formeln

(1) Runde auf die nächste Zehnerzahl auf oder ab.

(2) Verwende die Formel $(10 a \pm b)^2 = 100 a^2 \pm 20ab + b^2$.

Beispiel 1: $52^2 = (50+2)^2 = 50^2 + 4 \cdot 50 + 2^2 = 2500 + 200 + 4 = 2704$.

Beispiel 2: $77^2 = (80-3)^2 = 80^2 - 6 \cdot 80 + 3^2 = 6400 - 480 + 9 = 5929$.

Beispiel 3: $138^2 = (140 - 2)^2 =$

Quadrieren mit den binomischen Formeln

(1) Runde auf die nächste Zehnerzahl auf oder ab.

(2) Verwende die Formel $(10 a \pm b)^2 = 100 a^2 \pm 20ab + b^2$.

Beispiel 1: $52^2 = (50+2)^2 = 50^2 + 4 \cdot 50 + 2^2 = 2500 + 200 + 4 = 2704$.

Beispiel 2: $77^2 = (80-3)^2 = 80^2 - 6 \cdot 80 + 3^2 = 6400 - 480 + 9 = 5929$.

Beispiel 3: $138^2 = (140 - 2)^2 = 100 \cdot 14^2 - 4 \cdot 140 + 4 = 19600 - 560 + 4 = 19044$.

Quadrieren mit den binomischen Formeln

(1) Runde auf die nächste Zehnerzahl auf oder ab.

(2) Verwende die Formel $(10 a \pm b)^2 = 100 a^2 \pm 20ab + b^2$.

Beispiel 1: $52^2 = (50+2)^2 = 50^2 + 4 \cdot 50 + 2^2 = 2500 + 200 + 4 = 2704$.

Beispiel 2: $77^2 = (80-3)^2 = 80^2 - 6 \cdot 80 + 3^2 = 6400 - 480 + 9 = 5929$.

Beispiel 3: $138^2 = (140 - 2)^2 = 100 \cdot 14^2 - 4 \cdot 140 + 4 = 19600 - 560 + 4 = 19044$.

Es werden **zwei** Speicherplätze im Arbeitsgedächtnis verwendet!

Die Fünferregel

Die Fünferregel

Multipliziere die Zahl vor der 5 mit der nächsten Zahl

und füge 25 an!

Die Fünferregel

Multipliziere die Zahl vor der 5 mit der nächsten Zahl

und füge 25 an!

Beispiel 1: $35^2 =$

Die Fünferregel

Multipliziere die Zahl vor der 5 mit der nächsten Zahl

und füge 25 an!

Beispiel 1: $35^2 = 100 \cdot (3 \cdot 4) + 25 = 1225.$

Die Fünferregel

Multipliziere die Zahl vor der 5 mit der nächsten Zahl

und füge 25 an!

Beispiel 1: $35^2 = 100 \cdot (3 \cdot 4) + 25 = 1225.$

Beispiel 2: $115^2 =$

Die Fünferregel

Multipliziere die Zahl vor der 5 mit der nächsten Zahl

und füge 25 an!

Beispiel 1: $35^2 = 100 \cdot (3 \cdot 4) + 25 = 1225$.

Beispiel 2: $115^2 = 100 (11 \cdot 12) + 25 = 100 (121 + 11) + 25 = 13225$.

Die Fünferregel

Multipliziere die Zahl vor der 5 mit der nächsten Zahl

und füge 25 an!

Beispiel 1: $35^2 = 100 \cdot (3 \cdot 4) + 25 = 1225$.

Beispiel 2: $115^2 = 100 (11 \cdot 12) + 25 = 100 (121 + 11) + 25 = 13225$.

Beweis der Fünferregel:

$$(10a + 5)^2 = 100a^2 + 100a + 25 = 100a(a + 1) + 25$$

4

Quadratische Gleichungen und Wurzelziehen

Beim **Miss Universe** Wettbewerb wird geschummelt.

4

Quadratische Gleichungen und Wurzelziehen

Beim **Miss Universe** Wettbewerb wird geschummelt.
Alle Gewinnerinnen sind von der Erde.

4

Quadratische Gleichungen und Wurzelziehen

Beim **Miss Universe** Wettbewerb wird geschummelt.
Alle Gewinnerinnen sind von der Erde.

Der Satz von Vieta (1540-1603)

Die Lösungen x_1, x_2 der quadratischen Gleichung $x^2 + ax + b = 0$ erfüllen $x_1 + x_2 = -a$ und $x_1 \cdot x_2 = b$.

4

Quadratische Gleichungen und Wurzelziehen

Beim **Miss Universe** Wettbewerb wird geschummelt.
Alle Gewinnerinnen sind von der Erde.

Der Satz von Vieta (1540-1603)

Die Lösungen x_1, x_2 der quadratischen Gleichung $x^2 + ax + b = 0$ erfüllen $x_1 + x_2 = -a$ und $x_1 \cdot x_2 = b$.

Beispiel 1: Um die Gleichung $x^2 - 4x + 3 = 0$ zu lösen, suchen wir zwei Zahlen x_1, x_2 mit $x_1 + x_2 = 4$ und $x_1 x_2 = 3$.

4

Quadratische Gleichungen und Wurzelziehen

Beim **Miss Universe** Wettbewerb wird geschummelt.
Alle Gewinnerinnen sind von der Erde.

Der Satz von Vieta (1540-1603)

Die Lösungen x_1, x_2 der quadratischen Gleichung $x^2 + ax + b = 0$ erfüllen $x_1 + x_2 = -a$ und $x_1 \cdot x_2 = b$.

Beispiel 1: Um die Gleichung $x^2 - 4x + 3 = 0$ zu lösen, suchen wir zwei Zahlen x_1, x_2 mit $x_1 + x_2 = 4$ und $x_1 x_2 = 3$.

Diese Lösungen sind offenbar $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$.

Beispiel 2: Wir suchen die Lösungen der quadratischen Gleichung

$$x^2 + 17x - 60 = 0$$

Beispiel 2: Wir suchen die Lösungen der quadratischen Gleichung

$$x^2 + 17x - 60 = 0$$

Gesucht sind also x_1, x_2 mit $x_1 + x_2 = -17$ und $x_1 \cdot x_2 = -60$.

Beispiel 2: Wir suchen die Lösungen der quadratischen Gleichung

$$x^2 + 17x - 60 = 0$$

Gesucht sind also x_1, x_2 mit $x_1 + x_2 = -17$ und $x_1 \cdot x_2 = -60$.

Die Lösungen sind also $x_1 = 3$ und $x_2 = -20$.

Beispiel 2: Wir suchen die Lösungen der quadratischen Gleichung

$$x^2 + 17x - 60 = 0$$

Gesucht sind also x_1, x_2 mit $x_1 + x_2 = -17$ und $x_1 \cdot x_2 = -60$.

Die Lösungen sind also $x_1 = 3$ und $x_2 = -20$.

Beispiel 3: Zu einem vorgegebenen Parameter a suchen wir die Lösungen der quadratischen Gleichung

$$x^2 - 7ax + 12a^2 = 0$$

Beispiel 2: Wir suchen die Lösungen der quadratischen Gleichung

$$x^2 + 17x - 60 = 0$$

Gesucht sind also x_1, x_2 mit $x_1 + x_2 = -17$ und $x_1 \cdot x_2 = -60$.

Die Lösungen sind also $x_1 = 3$ und $x_2 = -20$.

Beispiel 3: Zu einem vorgegebenen Parameter a suchen wir die Lösungen der quadratischen Gleichung

$$x^2 - 7ax + 12a^2 = 0$$

Also brauchen wir x_1, x_2 mit $x_1 + x_2 = 7a$ und $x_1 \cdot x_2 = 12a^2$.

Beispiel 2: Wir suchen die Lösungen der quadratischen Gleichung

$$x^2 + 17x - 60 = 0$$

Gesucht sind also x_1, x_2 mit $x_1 + x_2 = -17$ und $x_1 \cdot x_2 = -60$.

Die Lösungen sind also $x_1 = 3$ und $x_2 = -20$.

Beispiel 3: Zu einem vorgegebenen Parameter a suchen wir die Lösungen der quadratischen Gleichung

$$x^2 - 7ax + 12a^2 = 0$$

Also brauchen wir x_1, x_2 mit $x_1 + x_2 = 7a$ und $x_1 \cdot x_2 = 12a^2$.

Es ergibt sich $x_1 = 3a$ und $x_2 = 4a$.

Die dritte Wurzel aus einer 6-stelligen Zahl

Die dritte Wurzel aus einer 6-stelligen Zahl

Sofort nachdem die dritte Potenz einer 2-stelligen Zahl an die Tafel geschrieben wurde, kann man die dritte Wurzel ausrufen.

Die dritte Wurzel aus einer 6-stelligen Zahl

Sofort nachdem die dritte Potenz einer 2-stelligen Zahl an die Tafel geschrieben wurde, kann man die dritte Wurzel ausrufen.

Wenn zum Beispiel $x^3 = 117649$ vorgegeben ist, kann man sofort

Die dritte Wurzel aus einer 6-stelligen Zahl

Sofort nachdem die dritte Potenz einer 2-stelligen Zahl an die Tafel geschrieben wurde, kann man die dritte Wurzel ausrufen.

Wenn zum Beispiel $x^3 = 117649$ vorgegeben ist, kann man sofort $x = 49$ finden. Wie funktioniert dies?

Die dritte Wurzel aus einer 6-stelligen Zahl

Sofort nachdem die dritte Potenz einer 2-stelligen Zahl an die Tafel geschrieben wurde, kann man die dritte Wurzel ausrufen.

Wenn zum Beispiel $x^3 = 117649$ vorgegeben ist, kann man sofort $x = 49$ finden. Wie funktioniert dies?

Erklärung: Für eine 2-stellige Zahl $x = 10a + b$ gilt:

Die dritte Wurzel aus einer 6-stelligen Zahl

Sofort nachdem die dritte Potenz einer 2-stelligen Zahl an die Tafel geschrieben wurde, kann man die dritte Wurzel ausrufen.

Wenn zum Beispiel $x^3 = 117649$ vorgegeben ist, kann man sofort $x = 49$ finden. Wie funktioniert dies?

Erklärung: Für eine 2-stellige Zahl $x = 10a + b$ gilt:

$$(1) \quad 1000a^3 \leq x^3 < 1000(a+1)^3$$

Aus der Tausenderzahl können wir also a bestimmen:

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729

(2) Für die Endziffer b gilt $x^3 \equiv b^3 \pmod{10}$. Also können wir b aus der folgenden Tabelle entnehmen:

b	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$b^3 \pmod{10}$	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9

Hier sind also nur $2 \leftrightarrow 8$ und $3 \leftrightarrow 7$ zu vertauschen!

(2) Für die Endziffer b gilt $x^3 \equiv b^3 \pmod{10}$. Also können wir b aus der folgenden Tabelle entnehmen:

b	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$b^3 \pmod{10}$	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9

Hier sind also nur $2 \leftrightarrow 8$ und $3 \leftrightarrow 7$ zu vertauschen!

Beispiel 1: Bestimme $\sqrt[3]{474552}$.

(2) Für die Endziffer b gilt $x^3 \equiv b^3 \pmod{10}$. Also können wir b aus der folgenden Tabelle entnehmen:

b	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$b^3 \pmod{10}$	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9

Hier sind also nur $2 \leftrightarrow 8$ und $3 \leftrightarrow 7$ zu vertauschen!

Beispiel 1: Bestimme $\sqrt[3]{474552}$.

(1) Wegen $7^3 = 343 < 474 < 512 = 8^3$ gilt $a = 7$.

(2) Wegen $2 \leftrightarrow 8$ gilt $b = 8$.

(2) Für die Endziffer b gilt $x^3 \equiv b^3 \pmod{10}$. Also können wir b aus der folgenden Tabelle entnehmen:

b	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$b^3 \pmod{10}$	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9

Hier sind also nur $2 \leftrightarrow 8$ und $3 \leftrightarrow 7$ zu vertauschen!

Beispiel 1: Bestimme $\sqrt[3]{474552}$.

(1) Wegen $7^3 = 343 < 474 < 512 = 8^3$ gilt $a = 7$.

(2) Wegen $2 \leftrightarrow 8$ gilt $b = 8$.

Also folgt $\sqrt[3]{474552} = 78$.

(2) Für die Endziffer b gilt $x^3 \equiv b^3 \pmod{10}$. Also können wir b aus der folgenden Tabelle entnehmen:

b	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$b^3 \pmod{10}$	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9

Hier sind also nur $2 \leftrightarrow 8$ und $3 \leftrightarrow 7$ zu vertauschen!

Beispiel 1: Bestimme $\sqrt[3]{474552}$.

(1) Wegen $7^3 = 343 < 474 < 512 = 8^3$ gilt $a = 7$.

(2) Wegen $2 \leftrightarrow 8$ gilt $b = 8$.

Also folgt $\sqrt[3]{474552} = 78$.

Beispiel 2: Bestimme $\sqrt[3]{884736}$.

(2) Für die Endziffer b gilt $x^3 \equiv b^3 \pmod{10}$. Also können wir b aus der folgenden Tabelle entnehmen:

b	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$b^3 \pmod{10}$	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9

Hier sind also nur $2 \leftrightarrow 8$ und $3 \leftrightarrow 7$ zu vertauschen!

Beispiel 1: Bestimme $\sqrt[3]{474552}$.

(1) Wegen $7^3 = 343 < 474 < 512 = 8^3$ gilt $a = 7$.

(2) Wegen $2 \leftrightarrow 8$ gilt $b = 8$.

Also folgt $\sqrt[3]{474552} = 78$.

Beispiel 2: Bestimme $\sqrt[3]{884736}$.

Wegen $9^3 = 729 < 884 < 1000$ und $6 \leftrightarrow 6$ gilt $\sqrt[3]{884736} = 96$.

5 Datumsrechnung

Hast Du wirklich Dein ganzes Leben in diesem Dorf gelebt?

5 Datumsrechnung

Hast Du wirklich Dein ganzes Leben in diesem Dorf gelebt?

Noch nicht.

5 Datumsrechnung

Hast Du wirklich Dein ganzes Leben in diesem Dorf gelebt?

Noch nicht.

Freitag, der 13.

Paraskave-dekatria-phobie:

5 Datumsrechnung

Hast Du wirklich Dein ganzes Leben in diesem Dorf gelebt?

Noch nicht.

Freitag, der 13.

Paraskave-dekatria-phobie: Angst vor dem Freitag, den 13. (med.)

Frage: Wie viele „Freitag, der 13.“ gibt es in einem Jahr?

5 Datumsrechnung

Hast Du wirklich Dein ganzes Leben in diesem Dorf gelebt?

Noch nicht.

Freitag, der 13.

Paraskave-dekatria-phobie: Angst vor dem Freitag, den 13. (med.)

Frage: Wie viele „Freitag, der 13.“ gibt es in einem Jahr?

Antwort: Jedes Jahr gibt es ein bis drei Freitage, den 13.

Um zu berechnen, wie viele es sind, brauchen wir den Wert des Wochentags des 1. Januar nach folgender Tabelle:

Wochentagswerte

So	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa
0	1	2	3	4	5	6

Wochentagswerte

So	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa
0	1	2	3	4	5	6

Nun brauchen wir noch die Anzahl der Tage T vom 1.1. bis zum 13. eines Monats. Genauer gesagt genügt $\bar{T} = T \pmod{7}$. In einem Schaltjahr ist die Anzahl \bar{TS} etwas anders.

	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
T	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
\bar{T}	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
\bar{TS}	5	1	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4

Wochentagswerte

So	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa
0	1	2	3	4	5	6

Nun brauchen wir noch die Anzahl der Tage T vom 1.1. bis zum 13. eines Monats. Genauer gesagt genügt $\bar{T} = T \pmod{7}$. In einem Schaltjahr ist die Anzahl \bar{TS} etwas anders.

	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
T	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
\bar{T}	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
\bar{TS}	5	1	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4

Um die Freitage, den 13. zu erhalten, muss man nur den Wochentagswert des 1.1. $\pmod{7}$ addieren und schauen, wann 5 herauskommt.

	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
\bar{T}	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
\bar{T}_S	5	1	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4

	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
\bar{T}	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
\bar{T}_S	5	1	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4

Beispiel 1: Im Jahr 2017 ist der 1.1. ein Sonntag (Wochentagswert $\bar{W} = 0$). Also ist $\bar{W} + \bar{T}$ genau im Januar und im Oktober gleich 5, d.h. wir haben

Freitag, den **13.1.2017** und Freitag, den **13.10.2017**.

	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
\bar{T}	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
$\bar{T}S$	5	1	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4

Beispiel 1: Im Jahr 2017 ist der 1.1. ein Sonntag (Wochentagswert $\bar{W} = 0$). Also ist $\bar{W} + \bar{T}$ genau im Januar und im Oktober gleich 5, d.h. wir haben

Freitag, den **13.1.2017** und Freitag, den **13.10.2017**.

Beispiel 2: Der 1.1.2018 ist ein Montag ($\bar{W}=1$). Demnach sind der **13.4.2018** und der **13.7.2018** Freitage, der 13.

	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
\bar{T}	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
\bar{T}_S	5	1	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4

Beispiel 1: Im Jahr 2017 ist der 1.1. ein Sonntag (Wochentagswert $\bar{W} = 0$). Also ist $\bar{W} + \bar{T}$ genau im Januar und im Oktober gleich 5, d.h. wir haben

Freitag, den **13.1.2017** und Freitag, den **13.10.2017**.

Beispiel 2: Der 1.1.2018 ist ein Montag ($\bar{W}=1$). Demnach sind der **13.4.2018** und der **13.7.2018** Freitage, der 13.

Beispiel 3: Der 1.1.2019 ist ein Dienstag ($\bar{W}=2$). Demnach sind der **13.9.2019** und der **13.12.2019** Freitage, der 13.

Wochentagsberechnung

Wochentagsberechnung

$$W = d + \lfloor 2,6 \cdot m - 0,2 \rfloor + y + \lfloor \frac{y}{4} \rfloor + \lfloor \frac{c}{4} \rfloor - 2c \pmod{7}$$

d = Tagesdatum (1 – 31)

m = Monatsnummer mit März=1, ..., Jan =11, Feb = 12

y = letzte zwei Stellen der Jahreszahl J (bzw. $J - 1$ bei Jan, Feb)

c = erste zwei Stellen der Jahreszahl J (bzw. $J - 1$ bei Jan, Feb)

Wochentagsberechnung

$$W = d + \lfloor 2,6 \cdot m - 0,2 \rfloor + y + \lfloor \frac{y}{4} \rfloor + \lfloor \frac{c}{4} \rfloor - 2c \pmod{7}$$

d = Tagesdatum (1 – 31)

m = Monatsnummer mit März=1, ..., Jan =11, Feb = 12

y = letzte zwei Stellen der Jahreszahl J (bzw. $J - 1$ bei Jan, Feb)

c = erste zwei Stellen der Jahreszahl J (bzw. $J - 1$ bei Jan, Feb)

Beweis der Formel: siehe [Wikipedia](#).

Wochentagsberechnung

$$W = d + [2,6 \cdot m - 0,2] + y + \lfloor \frac{y}{4} \rfloor + \lfloor \frac{c}{4} \rfloor - 2c \pmod{7}$$

d = Tagesdatum (1 – 31)

m = Monatsnummer mit März=1, ..., Jan =11, Feb = 12

y = letzte zwei Stellen der Jahreszahl J (bzw. $J - 1$ bei Jan, Feb)

c = erste zwei Stellen der Jahreszahl J (bzw. $J - 1$ bei Jan, Feb)

Beweis der Formel: siehe [Wikipedia](#).

Beispiel 1: Im Jahr 2017 gilt ab März $y + \lfloor \frac{y}{4} \rfloor + \lfloor \frac{c}{4} \rfloor - 2c \equiv 17 + 4 + 5 - 40 \equiv 0 \pmod{7}$. Also ist der Wochentag des 1. Mai ($d = 1$, $m = 3$) z.B. $W = 1 + [2,6 \cdot 3 - 0,2] = 8 \equiv 1 \pmod{7}$, d.h. der 1. Mai 2017 ist ein **Montag**.

Beispiel 2: Der 3. Oktober 2017 liefert $W = d + \lfloor 2,6 \cdot m - 0,2 \rfloor = 3 + \lfloor 2,6 \cdot 8 - 0,2 \rfloor = 3 + \lfloor 20,6 \rfloor \equiv 2 \pmod{7}$. Somit ist dies ein **Dienstag**.

Beispiel 2: Der 3. Oktober 2017 liefert $W = d + \lfloor 2,6 \cdot m - 0,2 \rfloor = 3 + \lfloor 2,6 \cdot 8 - 0,2 \rfloor = 3 + \lfloor 20,6 \rfloor \equiv 2 \pmod{7}$. Somit ist dies ein **Dienstag**.

Beispiel 3: Der Wochentag des 1.1.2000 erfordert ein wenig Konzentration. In diesem Fall ist $y = 99$ und $c = 19$. Ebenso gilt $d = 1$ und $m = 11$. Die Formel liefert

$$W = 1 + \lfloor 2,6 \cdot 11 - 0,2 \rfloor + 99 + \lfloor \frac{99}{4} \rfloor + \lfloor \frac{19}{4} \rfloor - 2 \cdot 19 = 118 \equiv 6 \pmod{7}$$

Beispiel 2: Der 3. Oktober 2017 liefert $W = d + \lfloor 2,6 \cdot m - 0,2 \rfloor = 3 + \lfloor 2,6 \cdot 8 - 0,2 \rfloor = 3 + \lfloor 20,6 \rfloor \equiv 2 \pmod{7}$. Somit ist dies ein **Dienstag**.

Beispiel 3: Der Wochentag des 1.1.2000 erfordert ein wenig Konzentration. In diesem Fall ist $y = 99$ und $c = 19$. Ebenso gilt $d = 1$ und $m = 11$. Die Formel liefert

$$W = 1 + \lfloor 2,6 \cdot 11 - 0,2 \rfloor + 99 + \lfloor \frac{99}{4} \rfloor + \lfloor \frac{19}{4} \rfloor - 2 \cdot 19 = 118 \equiv 6 \pmod{7}$$

Der 1.1.2000 war also ein **Samstag**.

Beispiel 2: Der 3. Oktober 2017 liefert $W = d + \lfloor 2,6 \cdot m - 0,2 \rfloor = 3 + \lfloor 2,6 \cdot 8 - 0,2 \rfloor = 3 + \lfloor 20,6 \rfloor \equiv 2 \pmod{7}$. Somit ist dies ein **Dienstag**.

Beispiel 3: Der Wochentag des 1.1.2000 erfordert ein wenig Konzentration. In diesem Fall ist $y = 99$ und $c = 19$. Ebenso gilt $d = 1$ und $m = 11$. Die Formel liefert

$$W = 1 + \lfloor 2,6 \cdot 11 - 0,2 \rfloor + 99 + \lfloor \frac{99}{4} \rfloor + \lfloor \frac{19}{4} \rfloor - 2 \cdot 19 = 118 \equiv 6 \pmod{7}$$

Der 1.1.2000 war also ein **Samstag**.

Das **Kalenderrechnen** ist eine der Disziplinen bei der alle zwei Jahre stattfindenden **Weltmeisterschaft im Kopfrechnen**.

Beispiel 2: Der 3. Oktober 2017 liefert $W = d + \lfloor 2,6 \cdot m - 0,2 \rfloor = 3 + \lfloor 2,6 \cdot 8 - 0,2 \rfloor = 3 + \lfloor 20,6 \rfloor \equiv 2 \pmod{7}$. Somit ist dies ein **Dienstag**.

Beispiel 3: Der Wochentag des 1.1.2000 erfordert ein wenig Konzentration. In diesem Fall ist $y = 99$ und $c = 19$. Ebenso gilt $d = 1$ und $m = 11$. Die Formel liefert

$$W = 1 + \lfloor 2,6 \cdot 11 - 0,2 \rfloor + 99 + \lfloor \frac{99}{4} \rfloor + \lfloor \frac{19}{4} \rfloor - 2 \cdot 19 = 118 \equiv 6 \pmod{7}$$

Der 1.1.2000 war also ein **Samstag**.

Das **Kalenderrechnen** ist eine der Disziplinen bei der alle zwei Jahre stattfindenden **Weltmeisterschaft im Kopfrechnen**.

Der Weltrekord von **125** Kalenderrechnungen in einer Minute wurde am 11.9.2016 durch **Jay Baldiya Jain** aus Indien aufgestellt.

6 Rechenzauberei

Jede genügend weit fortgeschrittene Technologie
ist ununterscheidbar von Zauberei.

(Arthur C. Clarke)

6 Rechenzauberei

Jede genügend weit fortgeschrittene Technologie
ist ununterscheidbar von Zauberei.

(Arthur C. Clarke)

Die große Fibonacci-Summe

6 Rechenzauberei

Jede genügend weit fortgeschrittene Technologie
ist ununterscheidbar von Zauberei.

(Arthur C. Clarke)

Die große Fibonacci-Summe

Startend mit zwei beliebigen (nicht zu großen) natürlichen Zahlen bilden wir eine 10 Zahlen lange Fibonacci-Reihe, z.B.

4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, 322

6 Rechenzauberei

Jede genügend weit fortgeschrittene Technologie
ist ununterscheidbar von Zauberei.

(Arthur C. Clarke)

Die große Fibonacci-Summe

Startend mit zwei beliebigen (nicht zu großen) natürlichen Zahlen bilden wir eine 10 Zahlen lange Fibonacci-Reihe, z.B.

4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, 322

Der Zauberer addiert die Zahlen in Windeseile und erhält

6 Rechenzauberei

Jede genügend weit fortgeschrittene Technologie
ist ununterscheidbar von Zauberei.

(Arthur C. Clarke)

Die große Fibonacci-Summe

Startend mit zwei beliebigen (nicht zu großen) natürlichen Zahlen bilden wir eine 10 Zahlen lange Fibonacci-Reihe, z.B.

4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, 322

Der Zauberer addiert die Zahlen in Windeseile und erhält **836**.

Die Auflösung

Die Auflösung

Der Mathezauberer muss nur die **7. Zahl mal 11** nehmen. Einen Trick für schnelles Multiplizieren mit 11 lernen wir in den Übungen.

Die Auflösung

Der Mathezauberer muss nur die **7. Zahl mal 11** nehmen. Einen Trick für schnelles Multiplizieren mit 11 lernen wir in den Übungen.

Im Beispiel war also nur $11 \cdot 76 = 836$ zu rechnen.

Die Auflösung

Der Mathezauberer muss nur die **7. Zahl mal 11** nehmen. Einen Trick für schnelles Multiplizieren mit 11 lernen wir in den Übungen.

Im Beispiel war also nur $11 \cdot 76 = 836$ zu rechnen.

Beweis: Seien a, b die Anfangszahlen. Dann lautet die Kette

$a, b, a+b, a+2b, 2a+3b, 3a+5b, 5a+8b, 8a+13b, 13a+21b, 21a+34b$

und die Summe ist $55a+88b = 11 \cdot (5a+8b)$, also genau das 11-fache der 7. Zahl.

Das Multiplikationswunder

Die Zuschauer bestimmen zwei zufällig gewählte 5-stellige Zahlen. Ein Zuschauer berechnet (z.B. mit Hilfe eines Taschenrechners) das Produkt und schreibt es an die Tafel. Danach wird eine von Null verschiedene Ziffer ausgewischt. Der Mathezauberer, der das Produkt nicht gesehen hat, kann sie sofort wieder einsetzen.

Das Multiplikationswunder

Die Zuschauer bestimmen zwei zufällig gewählte 5-stellige Zahlen. Ein Zuschauer berechnet (z.B. mit Hilfe eines Taschenrechners) das Produkt und schreibt es an die Tafel. Danach wird eine von Null verschiedene Ziffer ausgewischt. Der Mathezauberer, der das Produkt nicht gesehen hat, kann sie sofort wieder einsetzen.

Beispiel 1:

$$83544 \cdot 72345 = 6\ 04_990\ 680$$

Das Multiplikationswunder

Die Zuschauer bestimmen zwei zufällig gewählte 5-stellige Zahlen. Ein Zuschauer berechnet (z.B. mit Hilfe eines Taschenrechners) das Produkt und schreibt es an die Tafel. Danach wird eine von Null verschiedene Ziffer ausgewischt. Der Mathezauberer, der das Produkt nicht gesehen hat, kann sie sofort wieder einsetzen.

Beispiel 1:

$$83544 \cdot 72345 = 6\,04\underline{3}990\,680$$

Das Multiplikationswunder

Die Zuschauer bestimmen zwei zufällig gewählte 5-stellige Zahlen. Ein Zuschauer berechnet (z.B. mit Hilfe eines Taschenrechners) das Produkt und schreibt es an die Tafel. Danach wird eine von Null verschiedene Ziffer ausgewischt. Der Mathezauberer, der das Produkt nicht gesehen hat, kann sie sofort wieder einsetzen.

Beispiel 1:

$$83544 \cdot 72345 = 6\,04\underline{3}990\,680$$

Beispiel 2:

$$76249 \cdot 30162 = 2\,299\underline{\quad}22\,338$$

Das Multiplikationswunder

Die Zuschauer bestimmen zwei zufällig gewählte 5-stellige Zahlen. Ein Zuschauer berechnet (z.B. mit Hilfe eines Taschenrechners) das Produkt und schreibt es an die Tafel. Danach wird eine von Null verschiedene Ziffer ausgewischt. Der Mathezauberer, der das Produkt nicht gesehen hat, kann sie sofort wieder einsetzen.

Beispiel 1:

$$83544 \cdot 72345 = 6\,04\underline{3}990\,680$$

Beispiel 2:

$$76249 \cdot 30162 = 2\,299\underline{8}22\,338$$

Auflösung

Da die Ziffer **0** nicht ausgewischt werden darf, ist die fehlende Ziffer durch den Neunerrest der Zahl eindeutig bestimmt.

Auflösung

Da die Ziffer **0** nicht ausgewischt werden darf, ist die fehlende Ziffer durch den Neunerrest der Zahl eindeutig bestimmt.

Der Mathezauberer bestimmt die Neunerreste der beiden Faktoren und multipliziert sie modulo 9.

Auflösung

Da die Ziffer **0** nicht ausgewischt werden darf, ist die fehlende Ziffer durch den Neunerrest der Zahl eindeutig bestimmt.

Der Mathezauberer bestimmt die Neunerreste der beiden Faktoren und multipliziert sie modulo 9.

Wenn er das Teilergebnis sieht, bestimmt er dessen Neunerrest. Die fehlende Ziffer muss den Neunerrest korrekt ergänzen.

Auflösung

Da die Ziffer **0** nicht ausgewischt werden darf, ist die fehlende Ziffer durch den Neunerrest der Zahl eindeutig bestimmt.

Der Mathezauberer bestimmt die Neunerreste der beiden Faktoren und multipliziert sie modulo 9.

Wenn er das Teilergebnis sieht, bestimmt er dessen Neunerrest. Die fehlende Ziffer muss den Neunerrest korrekt ergänzen.

Beispiel: Im zweiten Beispiel gilt $76249 \equiv 1 \pmod{9}$ und $30162 \equiv 3 \pmod{9}$. Das Produkt ist daher $1 \cdot 3 \equiv 3 \pmod{9}$.

Auflösung

Da die Ziffer **0** nicht ausgewischt werden darf, ist die fehlende Ziffer durch den Neunerrest der Zahl eindeutig bestimmt.

Der Mathezauberer bestimmt die Neunerreste der beiden Faktoren und multipliziert sie modulo 9.

Wenn er das Teilergebnis sieht, bestimmt er dessen Neunerrest. Die fehlende Ziffer muss den Neunerrest korrekt ergänzen.

Beispiel: Im zweiten Beispiel gilt $76249 \equiv 1 \pmod{9}$ und $30162 \equiv 3 \pmod{9}$. Das Produkt ist daher $1 \cdot 3 \equiv 3 \pmod{9}$.

Der Neunerrest von 2 299 022 338 ist **4** und wird durch **8** zu **3** ergänzt.

THE END

THE END

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

**Alle Probleme, denen die USA heutzutage gegenüberstehen,
verdanken wir einer verfehlten Einwanderungspolitik
der Indianer.**