Übungen im Kopfrechnen

Martin Kreuzer

Universität Passau

martin.kreuzer@uni-passau.de

Lehrerfortbildung “Rechnen oder rechnen lassen?”

Universität Passau, 21.12.2016

Inhaltsübersicht

Inhaltsübersicht

Inhaltsübersicht

Inhaltsübersicht

Inhaltsübersicht

Inhaltsübersicht

Inhaltsübersicht

1 Addition von Brüchen

Kreuzweise und horizontal

① Addition von Brüchen

Kreuzweise und horizontal

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

1 Addition von Brüchen

Kreuzweise und horizontal

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

Beispiel 1: $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=$

1 Addition von Brüchen

Kreuzweise und horizontal

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Beispiel 1: $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$

① Addition von Brüchen

Kreuzweise und horizontal

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Beispiel 1: $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$

Beispiel 2: $\frac{7}{4} + \frac{3}{5} =$

1 Addition von Brüchen

Kreuzweise und horizontal

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Beispiel 1: $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$

Beispiel 2: $\frac{7}{4} + \frac{3}{5} = \frac{47}{20}$

① Addition von Brüchen

Kreuzweise und horizontal

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Beispiel 1: $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$

Beispiel 2: $\frac{7}{4} + \frac{3}{5} = \frac{47}{20}$

Beispiel 3: $\frac{6}{7} - \frac{2}{3} =$

1 Addition von Brüchen

Kreuzweise und horizontal

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Beispiel 1: $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$

Beispiel 2: $\frac{7}{4} + \frac{3}{5} = \frac{47}{20}$

Beispiel 3: $\frac{6}{7} - \frac{2}{3} = \frac{18 - 14}{21} = \frac{4}{21}$

2 Von Zehnerpotenzen abziehen

Alle von 9, den letzten von 10

② Von Zehnerpotenzen abziehen

Alle von 9, den letzten von 10

Berechne $10000 - [abcd]$ somit als $[(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)]$.

② Von Zehnerpotenzen abziehen

Alle von 9, den letzten von 10

Berechne $10000 - [abcd]$ somit als $[(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)]$.

Beispiel 1: $10000 - 3746 =$

② Von Zehnerpotenzen abziehen

Alle von 9, den letzten von 10

Berechne $10000 - [abcd]$ somit als $[(9{-}a)(9{-}b)(9{-}c)(10{-}d)]$.

Beispiel 1: $10000 - 3746 = 6254$

2 Von Zehnerpotenzen abziehen

Alle von 9, den letzten von 10

Berechne $10000 - [abcd]$ somit als $[(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)]$.

Beispiel 1: $10000 - 3746 = 6254$

Beispiel 2: $1\,000\,000\,000 - 123\,456\,789 =$

② Von Zehnerpotenzen abziehen

Alle von 9, den letzten von 10

Berechne $10000 - [abcd]$ somit als $[(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)]$.

Beispiel 1: $10000 - 3746 = 6254$

Beispiel 2: $1\,000\,000\,000 - 123\,456\,789 = 876\,543\,211$

② Von Zehnerpotenzen abziehen

Alle von 9, den letzten von 10

Berechne $10000 - [abcd]$ somit als $[(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)]$.

Beispiel 1: $10000 - 3746 = 6254$

Beispiel 2: $1\,000\,000\,000 - 123\,456\,789 = 876\,543\,211$

Beispiel 3: $386 - 1000 =$

② Von Zehnerpotenzen abziehen

Alle von 9, den letzten von 10

Berechne $10000 - [abcd]$ somit als $[(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)]$.

Beispiel 1: $10000 - 3746 = 6254$

Beispiel 2: $1\,000\,000\,000 - 123\,456\,789 = 876\,543\,211$

Beispiel 3: $386 - 1000 = -(1000 - 386) =$

② Von Zehnerpotenzen abziehen

Alle von 9, den letzten von 10

Berechne $10000 - [abcd]$ somit als $[(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)]$.

Beispiel 1: $10000 - 3746 = 6254$

Beispiel 2: $1\,000\,000\,000 - 123\,456\,789 = 876\,543\,211$

Beispiel 3: $386 - 1000 = -(1000 - 386) = -614$

② Von Zehnerpotenzen abziehen

Alle von 9, den letzten von 10

Berechne $10000 - [abcd]$ somit als $[(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)]$.

Beispiel 1: $10000 - 3746 = 6254$

Beispiel 2: $1\,000\,000\,000 - 123\,456\,789 = 876\,543\,211$

Beispiel 3: $386 - 1000 = -(1000 - 386) = -614$

Beispiel 4: $100\,000 - 3766 =$

② Von Zehnerpotenzen abziehen

Alle von 9, den letzten von 10

Berechne $10000 - [abcd]$ somit als $[(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)]$.

Beispiel 1: $10000 - 3746 = 6254$

Beispiel 2: $1\,000\,000\,000 - 123\,456\,789 = 876\,543\,211$

Beispiel 3: $386 - 1000 = -(1000 - 386) = -614$

Beispiel 4: $100\,000 - 3766 = 100\,000 - 03\,766 =$

2 Von Zehnerpotenzen abziehen

Alle von 9, den letzten von 10

Berechne $10000 - [abcd]$ somit als $[(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)]$.

Beispiel 1: $10000 - 3746 = 6254$

Beispiel 2: $1\,000\,000\,000 - 123\,456\,789 = 876\,543\,211$

Beispiel 3: $386 - 1000 = -(1000 - 386) = -614$

Beispiel 4: $100\,000 - 3766 = 100\,000 - 03\,766 = 96\,234$

3 Multiplikation mit 11

Erst eine, dann immer zwei, am Ende eine

③ Multiplikation mit 11

Erst eine, dann immer zwei, am Ende eine

$$[a_1 a_2 \cdots a_{n-1} a_n] \cdot 11 \ =$$

$$[(a_1{+}ü)\ (a_1{+}a_2{+}ü)\ \cdots\ (a_{n-2}{+}a_{n-1}{+}ü)\ (a_{n-1}{+}a_n)\ a_n]$$

③ Multiplikation mit 11

Erst eine, dann immer zwei, am Ende eine

$$[a_1 a_2 \cdots a_{n-1} a_n] \cdot 11 \; =$$

$$[(a_1{+}\ddot{u})\ (a_1{+}a_2{+}\ddot{u})\ \cdots\ (a_{n-2}{+}a_{n-1}{+}\ddot{u})\ (a_{n-1}{+}a_n)\ a_n]$$

Kopiere erst die letzte Ziffer. Dann bilde die Summe der letzten beiden. (Merke Dir eventuell den Übertrag.) Dann die Summe der zwei davor und addiere den Übertrag, u.s.w. Zum Schluß schreibe die erste Ziffer (plus Übertrag) ganz vorne hin.

③ Multiplikation mit 11

Erst eine, dann immer zwei, am Ende eine

$$[a_1 a_2 \cdots a_{n-1} a_n] \cdot 11 \ =$$

$$[(a_1{+}ü)\ (a_1{+}a_2{+}ü)\ \cdots\ (a_{n-2}{+}a_{n-1}{+}ü)\ (a_{n-1}{+}a_n)\ a_n]$$

Kopiere erst die letzte Ziffer. Dann bilde die Summe der letzten beiden. (Merke Dir eventuell den Übertrag.) Dann die Summe der zwei davor und addiere den Übertrag, u.s.w. Zum Schluß schreibe die erste Ziffer (plus Übertrag) ganz vorne hin.

Beispiel 1: $513 \cdot 11 \ =$

③ Multiplikation mit 11

Erst eine, dann immer zwei, am Ende eine

$$[a_1 a_2 \cdots a_{n-1} a_n] \cdot 11 \ =$$

$$[(a_1 + ü)\ (a_1 + a_2 + ü)\ \cdots\ (a_{n-2} + a_{n-1} + ü)\ (a_{n-1} + a_n)\ a_n]$$

Kopiere erst die letzte Ziffer. Dann bilde die Summe der letzten beiden. (Merke Dir eventuell den Übertrag.) Dann die Summe der zwei davor und addiere den Übertrag, u.s.w. Zum Schluß schreibe die erste Ziffer (plus Übertrag) ganz vorne hin.

Beispiel 1: $513 \cdot 11 \ = \qquad 3$

3 Multiplikation mit 11

Erst eine, dann immer zwei, am Ende eine

$$[a_1 a_2 \cdots a_{n-1} a_n] \cdot 11 \; =$$

$$[(a_1 + \ddot{u})\ (a_1 + a_2 + \ddot{u})\ \cdots\ (a_{n-2} + a_{n-1} + \ddot{u})\ (a_{n-1} + a_n)\ a_n]$$

Kopiere erst die letzte Ziffer. Dann bilde die Summe der letzten beiden. (Merke Dir eventuell den Übertrag.) Dann die Summe der zwei davor und addiere den Übertrag, u.s.w. Zum Schluß schreibe die erste Ziffer (plus Übertrag) ganz vorne hin.

Beispiel 1: $513 \cdot 11 \; = \quad 43$

③ Multiplikation mit 11

Erst eine, dann immer zwei, am Ende eine

$$[a_1 a_2 \cdots a_{n-1} a_n] \cdot 11 \; =$$

$$[(a_1{+}\ddot{u})\ (a_1{+}a_2{+}\ddot{u})\ \cdots\ (a_{n-2}{+}a_{n-1}{+}\ddot{u})\ (a_{n-1}{+}a_n)\ a_n]$$

Kopiere erst die letzte Ziffer. Dann bilde die Summe der letzten beiden. (Merke Dir eventuell den Übertrag.) Dann die Summe der zwei davor und addiere den Übertrag, u.s.w. Zum Schluß schreibe die erste Ziffer (plus Übertrag) ganz vorne hin.

Beispiel 1: $513 \cdot 11 \; = \quad 643$

③ Multiplikation mit 11

Erst eine, dann immer zwei, am Ende eine

$$[a_1 a_2 \cdots a_{n-1} a_n] \cdot 11 \;=$$

$$[(a_1+\ddot{u})\ (a_1+a_2+\ddot{u})\ \cdots\ (a_{n-2}+a_{n-1}+\ddot{u})\ (a_{n-1}+a_n)\ a_n]$$

Kopiere erst die letzte Ziffer. Dann bilde die Summe der letzten beiden. (Merke Dir eventuell den Übertrag.) Dann die Summe der zwei davor und addiere den Übertrag, u.s.w. Zum Schluß schreibe die erste Ziffer (plus Übertrag) ganz vorne hin.

Beispiel 1: $513 \cdot 11 \;=\; 5643$

Beispiel 2: $8813 \cdot 11 \; =$

Beispiel 2: $8813 \cdot 11 \ = \qquad 3$

Beispiel 2: $8813 \cdot 11 \;=\; \qquad 43$

Beispiel 2: $8813 \cdot 11 \ = \quad 943$

Beispiel 2: $8813 \cdot 11 \;=\; 6\,943$

Beispiel 2: $8813 \cdot 11 \;=\; 96\,943$

Beispiel 2: $8813 \cdot 11 \;=\; 96\,943$

Beispiel 3: $990\,715 \cdot 11 \;=$

Beispiel 2: $8813 \cdot 11 \;=\; 96\,943$

Beispiel 3: $990\,715 \cdot 11 \;=\; \qquad\qquad 5$

Beispiel 2: $8813 \cdot 11 = 96\,943$

Beispiel 3: $990\,715 \cdot 11 = \qquad 65$

Beispiel 2: $8813 \cdot 11 \; = \; 96\,943$

Beispiel 3: $990\,715 \cdot 11 \; = \qquad 865$

Beispiel 2: $8813 \cdot 11 \; = \; 96\,943$

Beispiel 3: $990\,715 \cdot 11 \; = \quad 7\,865$

Beispiel 2: $8813 \cdot 11 \;=\; 96\,943$

Beispiel 3: $990\,715 \cdot 11 \;=\; \qquad 97\,865$

Beispiel 2: $8813 \cdot 11 \;=\; 96\,943$

Beispiel 3: $990\,715 \cdot 11 \;=\; 897\,865$

Beispiel 2: $8813 \cdot 11 \;=\; 96\,943$

Beispiel 3: $990\,715 \cdot 11 \;=\; 10\,897\,865$

4 Division durch 5

Verdoppeln und eine Null streichen!

④ Division durch 5

Verdoppeln und eine Null streichen!

Beispiel 1: $1635 : 5 \; =$

4 Division durch 5

Verdoppeln und eine Null streichen!

Beispiel 1: $1635 : 5 \; = 3270$

④ Division durch 5

Verdoppeln und eine Null streichen!

Beispiel 1: $1635 : 5 = 327$

④ Division durch 5

Verdoppeln und eine Null streichen!

Beispiel 1: $1635 : 5 = 327$

Beispiel 2: $944\,615 : 5 =$

④ Division durch 5

Verdoppeln und eine Null streichen!

Beispiel 1: $1635 : 5 \ = 327$

Beispiel 2: $944\,615 : 5 \ = \ 18\,8\,92\,30$

4 Division durch 5

Verdoppeln und eine Null streichen!

Beispiel 1: $1635 : 5 = 327$

Beispiel 2: $944\,615 : 5 = 18\,8\,92\,3$

④ Division durch 5

Verdoppeln und eine Null streichen!

Beispiel 1: $1635 : 5 \; = 327$

Beispiel 2: $944\,615 : 5 \; = \; 18\,8\,92\,3$

Multiplikation mit 5

Eine Null anhängen und halbieren!

4 Division durch 5

Verdoppeln und eine Null streichen!

Beispiel 1: $1635 : 5 = 327$

Beispiel 2: $944\,615 : 5 = 18\,8\,92\,3$

Multiplikation mit 5

Eine Null anhängen und halbieren!

Beispiel 1: $42\,674 \cdot 5 =$

④ Division durch 5

Verdoppeln und eine Null streichen!

Beispiel 1: $1635 : 5 = 327$

Beispiel 2: $944\,615 : 5 = 18\,8\,92\,3$

Multiplikation mit 5

Eine Null anhängen und halbieren!

Beispiel 1: $42\,674 \cdot 5 = 213$

④ Division durch 5

Verdoppeln und eine Null streichen!

Beispiel 1: $1635 : 5 \; = 327$

Beispiel 2: $944\,615 : 5 \; = \; 18\,8\,92\,3$

Multiplikation mit 5

Eine Null anhängen und halbieren!

Beispiel 1: $42\,674 \cdot 5 \; = \; 213\,370$

4 Division durch 5

Verdoppeln und eine Null streichen!

Beispiel 1: $1635 : 5 = 327$

Beispiel 2: $944\,615 : 5 = 18\,8\,92\,3$

Multiplikation mit 5

Eine Null anhängen und halbieren!

Beispiel 1: $42\,674 \cdot 5 = 213\,370$

Beispiel 2: $383\,177 \cdot 5 =$

④ Division durch 5

Verdoppeln und eine Null streichen!

Beispiel 1: $1635 : 5 = 327$

Beispiel 2: $944\,615 : 5 = 18\,8\,92\,3$

Multiplikation mit 5

Eine Null anhängen und halbieren!

Beispiel 1: $42\,674 \cdot 5 = 213\,370$

Beispiel 2: $383\,177 \cdot 5 = 1\,915\,885$

5 Rasantes Radizieren

Das **rasante Radizieren** funktioniert in drei Schritten. Wir suchen zu einer vorgegebenen Quadratzahl q eine Zahl der Form $10a + b$ mit $(10a + b)^2 = q$.

5 Rasantes Radizieren

Das **rasante Radizieren** funktioniert in drei Schritten. Wir suchen zu einer vorgegebenen Quadratzahl q eine Zahl der Form $10a + b$ mit $(10a + b)^2 = q$.

(1) Streiche die letzten beiden Ziffern von q und erhalte die Hunderterzahl h. Finde die Zahl a mit $a^2 \leq h < (a + 1)^2$.

Voraussetzung: Man weiß genügend viele Quadratzahlen auswendig.

5 Rasantes Radizieren

Das **rasante Radizieren** funktioniert in drei Schritten. Wir suchen zu einer vorgegebenen Quadratzahl q eine Zahl der Form $10a + b$ mit $(10a + b)^2 = q$.

(1) Streiche die letzten beiden Ziffern von q und erhalte die Hunderterzahl h. Finde die Zahl a mit $a^2 \leq h < (a + 1)^2$.

Voraussetzung: Man weiß genügend viele Quadratzahlen auswendig.

(2) Nun suchen wir die Endziffern b die zur Endziffer von q passen:

b	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$b^2 \pmod{10}$	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1

Es gibt jeweils zwei Möglichkeiten b und $10 - b$.

(3) Nun müssen wir noch zwischen $b < 5$ und $b \geq 5$ unterscheiden. Dazu verwenden wir die **Fünferregel** für das Quadrieren: die Hunterterzahl von $(10a+5)^2$ ist $a(a+1)$. Wir prüfen also, ob $h < a(a+1)$ oder $h \geq a(a+1)$ gilt.

(3) Nun müssen wir noch zwischen $b < 5$ und $b \geq 5$ unterscheiden. Dazu verwenden wir die **Fünferregel** für das Quadrieren: die Hunterterzahl von $(10a + 5)^2$ ist $a(a + 1)$. Wir prüfen also, ob $h < a(a + 1)$ oder $h \geq a(a + 1)$ gilt.

Beispiel 1: Bestimme $\sqrt{3481}$.

(3) Nun müssen wir noch zwischen $b < 5$ und $b \geq 5$ unterscheiden. Dazu verwenden wir die **Fünferregel** für das Quadrieren: die Hunterterzahl von $(10a + 5)^2$ ist $a(a + 1)$. Wir prüfen also, ob $h < a(a + 1)$ oder $h \geq a(a + 1)$ gilt.

Beispiel 1: Bestimme $\sqrt{3481}$.

(1) Wegen $25 < 34 < 36$ gilt $a = 5$.

(3) Nun müssen wir noch zwischen $b < 5$ und $b \geq 5$ unterscheiden. Dazu verwenden wir die **Fünferregel** für das Quadrieren: die Hunterterzahl von $(10a + 5)^2$ ist $a(a + 1)$. Wir prüfen also, ob $h < a(a + 1)$ oder $h \geq a(a + 1)$ gilt.

Beispiel 1: Bestimme $\sqrt{3481}$.

(1) Wegen $25 < 34 < 36$ gilt $a = 5$.

(2) Für b kommen 1 und 9 in Frage. Da 34 nahe bei 36 liegt, ergibt sich $b = 9$. Somit erhalten wir $\sqrt{3481} = 59$.

(3) Nun müssen wir noch zwischen $b < 5$ und $b \geq 5$ unterscheiden. Dazu verwenden wir die **Fünferregel** für das Quadrieren: die Hunterterzahl von $(10a + 5)^2$ ist $a(a + 1)$. Wir prüfen also, ob $h < a(a + 1)$ oder $h \geq a(a + 1)$ gilt.

Beispiel 1: Bestimme $\sqrt{3481}$.

(1) Wegen $25 < 34 < 36$ gilt $a = 5$.

(2) Für b kommen 1 und 9 in Frage. Da 34 nahe bei 36 liegt, ergibt sich $b = 9$. Somit erhalten wir $\sqrt{3481} = 59$.

Beispiel 2: Bestimme $\sqrt{7056}$.

(3) Nun müssen wir noch zwischen $b < 5$ und $b \geq 5$ unterscheiden. Dazu verwenden wir die **Fünferregel** für das Quadrieren: die Hunterterzahl von $(10a+5)^2$ ist $a(a+1)$. Wir prüfen also, ob $h < a(a+1)$ oder $h \geq a(a+1)$ gilt.

Beispiel 1: Bestimme $\sqrt{3481}$.

(1) Wegen $25 < 34 < 36$ gilt $a = 5$.

(2) Für b kommen 1 und 9 in Frage. Da 34 nahe bei 36 liegt, ergibt sich $b = 9$. Somit erhalten wir $\sqrt{3481} = 59$.

Beispiel 2: Bestimme $\sqrt{7056}$.

(1) Wegen $64 < 70 < 81$ gilt $a = 8$.

(3) Nun müssen wir noch zwischen $b < 5$ und $b \geq 5$ unterscheiden. Dazu verwenden wir die **Fünferregel** für das Quadrieren: die Hunterterzahl von $(10a+5)^2$ ist $a(a+1)$. Wir prüfen also, ob $h < a(a+1)$ oder $h \geq a(a+1)$ gilt.

Beispiel 1: Bestimme $\sqrt{3481}$.

(1) Wegen $25 < 34 < 36$ gilt $a = 5$.

(2) Für b kommen 1 und 9 in Frage. Da 34 nahe bei 36 liegt, ergibt sich $b = 9$. Somit erhalten wir $\sqrt{3481} = 59$.

Beispiel 2: Bestimme $\sqrt{7056}$.

(1) Wegen $64 < 70 < 81$ gilt $a = 8$.

(2) Für b kommen 4 und 6 in Frage.

(3) Nun müssen wir noch zwischen $b < 5$ und $b \geq 5$ unterscheiden. Dazu verwenden wir die **Fünferregel** für das Quadrieren: die Hunterterzahl von $(10a+5)^2$ ist $a(a+1)$. Wir prüfen also, ob $h < a(a+1)$ oder $h \geq a(a+1)$ gilt.

Beispiel 1: Bestimme $\sqrt{3481}$.

(1) Wegen $25 < 34 < 36$ gilt $a = 5$.

(2) Für b kommen 1 und 9 in Frage. Da 34 nahe bei 36 liegt, ergibt sich $b = 9$. Somit erhalten wir $\sqrt{3481} = 59$.

Beispiel 2: Bestimme $\sqrt{7056}$.

(1) Wegen $64 < 70 < 81$ gilt $a = 8$.

(2) Für b kommen 4 und 6 in Frage.

(3) Wegen $70 < a(a+1) = 8 \cdot 9 = 72$ folgt $b = 4$.

Somit erhalten wir $\sqrt{7056} = 84$.

Wenn wir die Quadratzahlen $1^1, \ 2^2, \ \ldots, \ 25^2$ auswendig wissen, können wir aus Quadratzahlen bis ca. $60\,000$ die Wurzel ziehen.

Wenn wir die Quadratzahlen $1^1, \ 2^2, \ \ldots, \ 25^2$ auswendig wissen, können wir aus Quadratzahlen bis ca. 60 000 die Wurzel ziehen.

Beispiel 3: Bestimme $\sqrt{37249}$.

Wenn wir die Quadratzahlen $1^1,\ 2^2,\ \ldots,\ 25^2$ auswendig wissen, können wir aus Quadratzahlen bis ca. 60 000 die Wurzel ziehen.

Beispiel 3: Bestimme $\sqrt{37249}$.

(1) Wegen $19^2 = 361 < 372 < 400 = 20^2$ gilt $a = 19$.

Wenn wir die Quadratzahlen $1^1,\ 2^2,\ \ldots,\ 25^2$ auswendig wissen, können wir aus Quadratzahlen bis ca. 60 000 die Wurzel ziehen.

Beispiel 3: Bestimme $\sqrt{37249}$.

(1) Wegen $19^2 = 361 < 372 < 400 = 20^2$ gilt $a = 19$.

(2) Für b kommen 3 und 7 in Frage. Da 372 nahe bei 361 liegt, folgt $b = 3$.

Insgesamt erhalten wir $\sqrt{37249} = 193$.

Wenn wir die Quadratzahlen 1^1, 2^2, $\ldots$, 25^2 auswendig wissen, können wir aus Quadratzahlen bis ca. 60 000 die Wurzel ziehen.

Beispiel 3: Bestimme $\sqrt{37249}$.

(1) Wegen $19^2 = 361 < 372 < 400 = 20^2$ gilt $a = 19$.

(2) Für b kommen 3 und 7 in Frage. Da 372 nahe bei 361 liegt, folgt $b = 3$.

Insgesamt erhalten wir $\sqrt{37249} = 193$.

Beispiel 4: Bestimme $\sqrt{27556}$.

Wenn wir die Quadratzahlen $1^1, \ 2^2, \ \ldots, \ 25^2$ auswendig wissen, können wir aus Quadratzahlen bis ca. 60 000 die Wurzel ziehen.

Beispiel 3: Bestimme $\sqrt{37249}$.

(1) Wegen $19^2 = 361 < 372 < 400 = 20^2$ gilt $a = 19$.

(2) Für b kommen 3 und 7 in Frage. Da 372 nahe bei 361 liegt, folgt $b = 3$.

Insgesamt erhalten wir $\sqrt{37249} = 193$.

Beispiel 4: Bestimme $\sqrt{27556}$.

(1) Wegen $16^2 = 256 < 275 < 289 = 17^2$ gilt $a = 16$.

Wenn wir die Quadratzahlen $1^1,\ 2^2,\ \ldots,\ 25^2$ auswendig wissen, können wir aus Quadratzahlen bis ca. 60 000 die Wurzel ziehen.

Beispiel 3: Bestimme $\sqrt{37249}$.

(1) Wegen $19^2 = 361 < 372 < 400 = 20^2$ gilt $a = 19$.

(2) Für b kommen 3 und 7 in Frage. Da 372 nahe bei 361 liegt, folgt $b = 3$.

Insgesamt erhalten wir $\sqrt{37249} = 193$.

Beispiel 4: Bestimme $\sqrt{27556}$.

(1) Wegen $16^2 = 256 < 275 < 289 = 17^2$ gilt $a = 16$.

(2) Für b kommen 4 und 6 in Frage.

Wenn wir die Quadratzahlen 1^1, 2^2, $\ldots$, 25^2 auswendig wissen, können wir aus Quadratzahlen bis ca. 60 000 die Wurzel ziehen.

Beispiel 3: Bestimme $\sqrt{37249}$.

(1) Wegen $19^2 = 361 < 372 < 400 = 20^2$ gilt $a = 19$.

(2) Für b kommen 3 und 7 in Frage. Da 372 nahe bei 361 liegt, folgt $b = 3$.

Insgesamt erhalten wir $\sqrt{37249} = 193$.

Beispiel 4: Bestimme $\sqrt{27556}$.

(1) Wegen $16^2 = 256 < 275 < 289 = 17^2$ gilt $a = 16$.

(2) Für b kommen 4 und 6 in Frage.

(3) Wegen $16 \cdot 17 = 256 + 16 = 272 < 275$ folgt $b = 6$.

Insgesamt erhalten wir $\sqrt{27556} = 166$.

6 Fünfte Wurzeln ziehen

Dieselbe Methode funktioniert, um die 5. Wurzel aus einer bis zu 10-stelligen Zahl $x = (10a + b)^5$ zu ziehen.

6 Fünfte Wurzeln ziehen

Dieselbe Methode funktioniert, um die 5. Wurzel aus einer bis zu 10-stelligen Zahl $x = (10a + b)^5$ zu ziehen.

Dazu müssen wir die folgenden 5. Potenzen wissen:

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Für die höheren Ziffern genügen Rundungswerte, etwa $8^5 \approx 32000$.

6 Fünfte Wurzeln ziehen

Dieselbe Methode funktioniert, um die 5. Wurzel aus einer bis zu 10-stelligen Zahl $x = (10a + b)^5$ zu ziehen.
Dazu müssen wir die folgenden 5. Potenzen wissen:

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Für die höheren Ziffern genügen Rundungswerte, etwa $8^5 \approx 32000$.

(1) Streiche die letzten fünf Ziffern von x und erhalte die Hunderttausenderzahl h. Finde a mit $a^5 < h < (a+1)^5$.

6 Fünfte Wurzeln ziehen

Dieselbe Methode funktioniert, um die 5. Wurzel aus einer bis zu 10-stelligen Zahl $x = (10a + b)^5$ zu ziehen.
Dazu müssen wir die folgenden 5. Potenzen wissen:

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Für die höheren Ziffern genügen Rundungswerte, etwa $8^5 \approx 32000$.

(1) Streiche die letzten fünf Ziffern von x und erhalte die Hunderttausenderzahl h. Finde a mit $a^5 < h < (a + 1)^5$.

(2) Wegen des Satzes von Euler-Fermat folgt b aus $b^5 \equiv b \pmod{10}$.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} \ =$

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} =$ denn $7776 < 8445 < 16807$.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} = 61$ denn $7776 < 8445 < 16807$.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} = 61$ denn $7776 < 8445 < 16807$.

Beispiel 2: Es gilt $\sqrt[5]{6\,956\,883\,693} =$

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} = 61$ denn $7776 < 8445 < 16807$.

Beispiel 2: Es gilt $\sqrt[5]{6\,956\,883\,693} =$ denn $69\,568 > 59049$.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} = 61$ denn $7776 < 8445 < 16807$.

Beispiel 2: Es gilt $\sqrt[5]{6\,956\,883\,693} = 93$ denn $69\,568 > 59049$.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} = 61$ denn $7776 < 8445 < 16807$.

Beispiel 2: Es gilt $\sqrt[5]{6\,956\,883\,693} = 93$ denn $69\,568 > 59049$.

Beispiel 3: Es gilt $\sqrt[5]{254\,804\,968} =$

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} = 61$ denn $7776 < 8445 < 16807$.

Beispiel 2: Es gilt $\sqrt[5]{6\,956\,883\,693} = 93$ denn $69\,568 > 59049$.

Beispiel 3: Es gilt $\sqrt[5]{254\,804\,968} =$ denn $1024 < 2548 < 3125$.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} = 61$ denn $7776 < 8445 < 16807$.

Beispiel 2: Es gilt $\sqrt[5]{6\,956\,883\,693} = 93$ denn $69\,568 > 59049$.

Beispiel 3: Es gilt $\sqrt[5]{254\,804\,968} = 48$ denn $1024 < 2548 < 3125$.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} = 61$ denn $7776 < 8445 < 16807$.

Beispiel 2: Es gilt $\sqrt[5]{6\,956\,883\,693} = 93$ denn $69\,568 > 59049$.

Beispiel 3: Es gilt $\sqrt[5]{254\,804\,968} = 48$ denn $1024 < 2548 < 3125$.

Beispiel 4: Es gilt $\sqrt[5]{2\,706\,784\,157} =$

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} = 61$ denn $7776 < 8445 < 16807$.

Beispiel 2: Es gilt $\sqrt[5]{6\,956\,883\,693} = 93$ denn $69\,568 > 59049$.

Beispiel 3: Es gilt $\sqrt[5]{254\,804\,968} = 48$ denn $1024 < 2548 < 3125$.

Beispiel 4: Es gilt $\sqrt[5]{2\,706\,784\,157} = 77$.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} = 61$ denn $7776 < 8445 < 16807$.

Beispiel 2: Es gilt $\sqrt[5]{6\,956\,883\,693} = 93$ denn $69\,568 > 59049$.

Beispiel 3: Es gilt $\sqrt[5]{254\,804\,968} = 48$ denn $1024 < 2548 < 3125$.

Beispiel 4: Es gilt $\sqrt[5]{2\,706\,784\,157} = 77$.

Beispiel 5: Es gilt $\sqrt[5]{52\,521\,875} =$

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} = 61$ denn $7776 < 8445 < 16807$.

Beispiel 2: Es gilt $\sqrt[5]{6\,956\,883\,693} = 93$ denn $69\,568 > 59049$.

Beispiel 3: Es gilt $\sqrt[5]{254\,804\,968} = 48$ denn $1024 < 2548 < 3125$.

Beispiel 4: Es gilt $\sqrt[5]{2\,706\,784\,157} = 77$.

Beispiel 5: Es gilt $\sqrt[5]{52\,521\,875} = 35$.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} = 61$ denn $7776 < 8445 < 16807$.

Beispiel 2: Es gilt $\sqrt[5]{6\,956\,883\,693} = 93$ denn $69\,568 > 59049$.

Beispiel 3: Es gilt $\sqrt[5]{254\,804\,968} = 48$ denn $1024 < 2548 < 3125$.

Beispiel 4: Es gilt $\sqrt[5]{2\,706\,784\,157} = 77$.

Beispiel 5: Es gilt $\sqrt[5]{52\,521\,875} = 35$.

Beispiel 6: Es gilt $\sqrt[5]{5\,584\,059\,449} =$

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049

Beispiel 1: Es gilt $\sqrt[5]{844\,596\,301} = 61$ denn $7776 < 8445 < 16807$.

Beispiel 2: Es gilt $\sqrt[5]{6\,956\,883\,693} = 93$ denn $69\,568 > 59049$.

Beispiel 3: Es gilt $\sqrt[5]{254\,804\,968} = 48$ denn $1024 < 2548 < 3125$.

Beispiel 4: Es gilt $\sqrt[5]{2\,706\,784\,157} = 77$.

Beispiel 5: Es gilt $\sqrt[5]{52\,521\,875} = 35$.

Beispiel 6: Es gilt $\sqrt[5]{5\,584\,059\,449} = 89$.

THE END

THE END

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Der Erfinder des ersten Rads war ein Dummkopf.
Der Erfinder der anderen drei war das Genie!