Fakultät für Mathematik
Universität Regensburg

25. Juli 1998

Klausur zur Vorlesung
Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie

Bei den folgenden Aufgaben ist jeweils ein passendes mathematisches Modell zu finden und zu beschreiben. Die verwendeten Annahmen sind genau anzugeben. Alle Rechenschritte sind auszuführen. Resultate der Übungen sind vorzurechnen. Es gilt $\Phi(1,65) \approx 0,95$ und $\Phi(1,96) \approx 0,975$. Außerdem ist $\ln(1+x) \approx x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - + \cdots$.

Aufgabe 1: Ab ins Regensburger Baseballstadium!

Die Trefferquote (*batting average*) eines Baseballspielers ist definiert als die Anzahl der erzielten Treffer (*hits*) geteilt durch die Zahl der Schlagserien (*at bats*). Kostenloses Vorrücken (*walk, hit by pitch*) oder Opferschläge (*sacrifice fly, sacrifice bunt*) werden dabei jeweils nicht mitgerechnet. Kann es sein, daß Spieler *Sandy* A*lomar* in zwei aufeinanderfolgenden Jahren jeweils eine bessere Trefferquote hat als Spieler *Pat* B*orders*, wenn man aber beide Jahre zusammenzählt, so hat Spieler B*orders* die bessere Trefferquote? (Beide spielen bei den Cleveland Indians.)

Aufgabe 2: Der Euro kommt!

A*nna* und B*erta* werfen abwechselnd eine ideale Münze. A*nna* fängt an. Wer das insgesamt zweite *Wappen* wirft, erhält den Gesamteinsatz von einem Euro und 80 cent *(1,80 EU)*. Wie ist der Einsatz aufzuteilen, damit sich ein faires Spiel ergibt?

Aufgabe 3: Die Top-Ten-Teddies

Ein Überraschungseiersammler hat bereits neun Figuren der Serie *Top-Ten-Teddies*. Wieviele Ü-Eier muß er bei 120 gleichwahrscheinlichen Inhalten durchschnittlich kaufen, bis er die fehlende Figur mit 90 Prozent Wahrscheinlichkeit findet?

Aufgabe 4: Licht aus! Spot an!

In einem Hörsaal befinden sich 30 Leuchtröhren, deren exponentialverteilte Lebensdauer jeweils durchschnittlich ein Jahr beträgt. Nach wievielen Tagen muß der Hörsaaldienst typischerweise die erste Röhre auswechseln? Wie lange später die zweite?

Aufgabe 5: Ozapft is!

Ein Oktoberfestwirt schenkt Bier aus einem 1000 Liter fassenden Plastikcontainer mit Holzfaßverkleidung aus. In einen Maßkrug füllt er durchschnittlich 0,75 Liter Bier mit einer Standardabweichung von 0,25 Litern. Er kalkuliert, daß er mit 95 Prozent Wahrscheinlichkeit mindestens n Krüge abfüllen kann, für die er jeweils 5,40 EU verlangt. Auf welchen Gewinn kommt der Wirt pro Container, wenn er für diesen einen Selbstkostenpreis von 400 EU ansetzen muß?

Der Hammer (Aufgabe 6) kommt auf Seite 2 !!!

Aufgabe 6: Die Erbin

Eine Studentin erbt von einer kürzlich verstorbenen reichen Tante in Amerika ein stattliches Sümmchen von 30000 EU. Sie beschließt, es *nicht* in einen neuen Sportflitzer umzuwandeln, sondern für eine kleine Zusatzrente langfristig anzulegen.

Dazu plant sie, das Geld auf ein DAX-Indexzertifikat (deutsche Aktien) und ein REXP-Indexzertifikat (deutsche Anleihen) zu verteilen. Sie bringt in Erfahrung, daß der DAX Index in den letzen 30 Jahren durchschnittlich 11,2 Prozent Gewinn pro Jahr erreichte, bei einer Standardabweichung von 24,1 Prozent. Der REXP Index erzielte im Schnitt 7,7 Prozent Jahresgewinn bei einer Standardabweichung von 5,1 Prozent, und der Korrelationskoeffizient betrug 0,29.

Wie sollte die Studentin ihr Geld aufteilen, wenn sie bei den Wahrscheinlichkeitstheorieübungen aufgepaßt hat und die MEL-Regel kennt? Wieviel wird ihr Erbe nach 40 Jahren voraussichtlich wert sein?