Fakultät für Mathematik
Universität Regensburg

30. Oktober 1998

Nachklausur zur Vorlesung
Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie

Bei den folgenden Aufgaben ist jeweils ein passendes mathematisches Modell zu finden und zu beschreiben. Die verwendeten Annahmen sind genau anzugeben. Alle Rechenschritte sind auszuführen. Resultate der Übungen sind vorzurechnen. Es gilt $\Phi(1,65) \approx 0,95$ und $\Phi(1,96) \approx 0,975$.

Aufgabe 1: Der Unbesiegbare

Gewisse Würfel haben jeweils gleichwahrscheinliche Seiten mit Augenzahlen aus $\{1, 2, \ldots, 6\}$, die sich zu 21 addieren. Wir sagen, ein Würfel besiege den anderen, wenn er bei genügend vielen Würfen öfter eine höhere Augenzahl zeigt als der andere.

Gibt es einen *unbesiegbaren* Würfel?

Aufgabe 2: Der Lottosechser

Ein Lottospieler (Samstagslotto "6 aus 49") füllt jede Woche seinen Lottoschein komplett aus (also alle 12 Kästchen) und zahlt dafür 15 DM (bzw. demnächst 7,50 EU). Wie lange muß er durchschnittlich spielen, bis er den ersehnten Lottosechster erzielt?

Aufgabe 3: Die Wahlprognose

Eine Woche vor der Wahl soll eine Prognose für das zu erwartende Resultat einer Partei erstellt werden. Wieviele Wähler sind dabei zu befragen, wenn man das Resultat mit 95 Prozent Wahrscheinlichkeit auf ± 1 Prozent genau wissen will und schon bekannt ist, daß die Partei unter 10 Prozent bleiben wird?

Aufgabe 4: In Vino Veritas!

Ein Weingroßhändler weiß aus Erfahrung, daß in seinen Paletten zu je 100 Flaschen durchschnittlich 1,5 Prozent korkig (und damit unbrauchbar) sind. Wieviele Flaschen sollte er seinen Kunden pro Palette gratis dazugeben, damit mindestens 80 Prozent der Kunden jeweils mindestens 100 brauchbare Flaschen erhalten? (Hinweis: Verwenden Sie eine geeignete Approximation!)

Aufgabe 5: Borelsche Mengen

Zeigen Sie, daß die von allen Intervallen der Form $[a, b[$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $a < b$ erzeugte σ-Algebra mit der σ-Algebra der Borelschen Mengen $\mathcal{B}(\mathbb{R})$ übereinstimmt.

Auf der zweiten Seite geht der Streß erst richtig los!

Aufgabe 6: Der Klausurstreß

Eine Klausur bestehe aus sechs Aufgaben. Die Zeit (in Minuten), die es dauert, bis ein(e) Student(in) die i-te Aufgabe gelöst hat, sei für $i = 1, \ldots, 6$ exponentiell verteilt zum Parameter $\lambda_i = 1/(20 + 2i)$.

a) Wie lange braucht ein durchschnittlicher Klausurteilnehmer, um alle Aufgaben zu lösen?

b) Welcher Prozentsatz der Teilnehmer schafft es in 3 Stunden, alle Aufgaben zu lösen?