UNIVERSITÄT
BAYREUTH

Professor Dr. M. Kreuzer

WS 2000/01

Klausur zur Mathematik für Naturwissenschaftler I

1. Wie entwickelt sich eine Infektion in einer anfangs gesunden Population, wenn pro Jahr 500 Neuerkrankungen auftreten und jährlich 25% der Erkankten gesunden?

2. Eine Schnecke befindet sich an einem Ende eines 100 m langen Gummibandes. Sie kriecht das Gummiband entlang und legt jede Nacht 1 m zurück. Während sie sich am folgenden Tag ausruht, wird das Gummiband um 2% ausgedehnt. Kommt die Schnecke jemals an ihr Ziel am anderen Ende des Gummibandes?

3. Kann man die Konstante $c \in \mathbb{R}$ so wählen, dass die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \text{ mit } f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{für } x > 0 \\ (x+c)^3, & \text{für } x \leq 0 \end{cases}$$

   (a) stetig
   (b) differenzierbar
   (c) stetig differenzierbar

   ist?

4. Ein acidophiler Bakterienstamm wurde in eine Nährlösung eingesetzt. In Abhängigkeit vom pH-Wert x der Nährlösung stelle sich nach der Vermehrung ein Endwert für die Anzahl $a(x)$ der Bakterien ein, der gegeben sei durch $a(x) = 10^{10} \cdot [\exp(x) - \exp(2x-7)]$ für $3 \leq x \leq 7$. Berechnen Sie den pH-Wert, für den $a(x)$ maximal wird.
   Hinweis: $\ln(2) \approx 0.70$.

5. Eine 10 m lange Leiter lehnt an einer vertikalen Wand. Das untere Ende der Leiter bewegt sich mit 1 $\frac{m}{s}$ von der Wand weg. Wie schnell gleitet das obere Ende der Leiter die Wand hinab, wenn das untere Ende gerade 6 m von der Wand entfernt ist.

6. Die Quellstärke Q einer Quelle werde in $\frac{l}{min}$ angegeben. Mit der Zeit nehme die Quellstärke exponentiell nach der Formel $Q(t) = 22 \cdot \exp(-at)$ ab, wobei $a > 0$ konstant ist. Innerhalb von 10 Tagen gehe die Quellstärke von 32 $\frac{l}{min}$ auf 2 $\frac{l}{min}$ zurück. Wieviele Kubikmeter Wasser hat die Quelle in dieser Zeit ausgeschüttet?
   Hinweis: $\ln(11) \approx 2.40$.

7. Finden Sie alle Lösungen des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & 0 \\ x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & - & 4x_4 & = & 0 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & + & 5x_3 & - & 8x_4 & = & 0 \\ 2x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & - & 5x_4 & = & 0 \end{array}$$

8. Welcher der Punkte $(1,2,3)$, $(-1,2,1)$ und $(0,4,1)$ liegt am wenigsten weit von $(1,4,-4)$ entfernt?

9. Ein Prüfer hat 10 Standardfragen, von denen er bei jeder Prüfung 3 zufällig auswählt. Ein Student kennt die Antwort auf 6 Fragen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er die Prüfung besteht, wenn er dazu mindestens zwei Fragen richtig beantworten muss?