Prof. Dr. Martin Kreuzer
Fachbereich Mathematik
Universität Bayreuth

WS 2000/2001

Übungen zur Vorlesung

Praktische Anwendungen der Computeralgebra

Blatt 1

Abgabetermin: Mi, 22.11.2000

Aufgabe 1: Sei $P = K[x_1, \dots, x_n]$ der Polynomring über einem Körper K und sei $I = (f)$ das von einem Polynom $f \in P \setminus \{0\}$ erzeugte Hauptideal. Zeigen Sie, daß $\{f\}$ bzgl. jeder Termordnung eine Gröbner-Basis von I ist.

Aufgabe 2: Sei K ein Körper, sei $P = K[x_1, x_2, x_3]$ und seien $g_1 = x_2 - x_1^2$ sowie $g_2 = x_3 - x_1^3$. Finden Sie eine Termordnung σ, so daß $G = \{g_1, g_2\}$ eine σ-Gröbner-Basis von $I = (g_1, g_2)$ ist und eine Termordnung τ, so daß dies nicht der Fall ist.

Aufgabe 3: Sei K ein Körper, sei $P = K[x_1, x_2, x_3]$, sei $\mathcal{G} = (x_1^2 - x_2, x_1x_2 - x_3) \in P^2$ und sei $\sigma = \mathtt{DegRevLex}$. Berechnen Sie von Hand mit Hilfe des Buchberger-Algorithmus eine σ-Gröbner-Basis von $I = (x_1^2 - x_2, x_1x_2 - x_3)$.

Aufgabe 4: Schreiben Sie eine CoCoA-Funktion `Division`(...), die als Eingabe Polynome $f, g_1, \dots, g_s$ erwartet und den Divisionsalgorithmus anwendet. Das Ergebnis soll das Tupel $(p, q_1, \dots, q_s)$ sein, so daß $f = q_1g_1 + \cdots + q_sg_s + p$ die gesuchte Darstellung ist.

Aufgabe 5: Schreiben Sie eine CoCoA-Funktion `Groebner`(...), die als Eingabe ein Polynomideal I erwartet und die mit Hilfe des Buchberger-Algorithmus eine Gröbner-Basis von I bzgl. der aktuellen Termordnung berechnet.