M. Kreuzer
A. Fischer

Sommersemester 02

Übungsaufgaben
zur Vorlesung "Lineare Algebra II" für Lehramt

Blatt 11 **Abgabe bis 2.7.02 um 10.00 Uhr**

Aufgabe 1

Ein binärer Code $C \subseteq \mathbb{F}_2^7$ sei gegeben durch die Erzeugendenmatrix $G := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Dekodieren Sie die folgenden empfangenen Nachrichten:
a) (1101011)
b) (0110111)
c) (0111000)

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Parameter des Codes von Aufgabe 1.

Aufgabe 3

Sei $C \subseteq \mathbb{F}_2^{2n+1}$ ein binärer Code der Dimension n mit $C \subseteq C^\perp$. Beschreiben Sie die Menge $C^\perp \setminus C$.

Tipp: Zeigen Sie zuerst $< c, (1, 1, ..., 1) >= 0$ für alle $c \in C$.

Aufgabe 4

Sei $C \subseteq \mathbb{F}_p^n$ ein k-dimensionaler linearer Code, dessen Erzeugendenmatrix G keine Spalte enthalte, die aus lauter Nullen besteht. Beweisen Sie, dass
$\sum_{c \in C} \delta(c, 0) = n(p-1)p^{k-1}$ gilt.

Tipp: Zeigen Sie, dass genau p^{k-1} Codewörter an der i-ten Stelle eine Null haben.

Aufgabe 5: Majoritäts-Logik-Codierung

Sei C ein binärer $[n, k, d]$-Code. Vektoren $v_1, ..., v_r \in C^\perp$ heißen orthogonal bzgl. Position i, wenn sie an der i-ten Position eine 1 haben und wenn an den anderen Positionen stets mindestens ein Vektor keine Null hat.
a) Seien $v_1, ..., v_r \in C^\perp$ orthogonal bzgl. Position i. Ein empfangenes Wort $w = (w_1, ..., w_n)$ enthalte $t \leq \frac{r}{2}$ Fehler. Zeigen Sie $< w, v_j > \neq 0$ für $\leq t$ Indizes j, falls w_i korrekt, und für $\geq r - t + 1$ Indizes j, falls w_i nicht korrekt ist.
b) Folgern Sie einen Algorithmus, der entscheidet, ob w_i korrekt ist oder nicht. Wie kann man w_i ggf. korrigieren?
c) Finden Sie zu dem Code C mit Erzeugermatrix $M := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ drei Vektoren $v_1, v_2, v_3 \in C^\perp$, die bzgl. Position 1 orthogonal sind.
d) Schreiben Sie eine Maple-Funktion MLDecode(v), die im Fall c) die Majoritäts-Logik-Dekodierung der ersten Position durchführt.