M. Kreuzer
A. Fischer

Sommersemester 02

Übungsaufgaben
zur Vorlesung "Lineare Algebra II" für Lehramt

Blatt 13 **Abgabe bis 16.7.02 um 10.00 Uhr**

Aufgabe 1

Sei K ein Körper und V ein endlich dimensionaler K-Vektorraum.
Finden Sie eine Parameterdarstellung des affinen Unterraums
$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + y - 3z = 1\}$ von $\mathbb{A}^3_{\mathbb{R}}$.

Aufgabe 2

Sei K ein Körper und V ein endlich dimensionaler K-Vektorraum.
Sei $F : \mathbb{A}(V) \longrightarrow \mathbb{A}(V)$ eine affine Abbildung, so dass 1 kein Eigenwert der K-linearen Abbildung $T(F) : T(V) \longrightarrow T(V)$ ist.
Zeigen Sie, dass F genau einen Fixpunkt besitzt.

Aufgabe 3

Sei K ein Körper und V ein endlich dimensionaler K-Vektorraum.
Eine affine Abbildung $F : \mathbb{A}(V) \longrightarrow \mathbb{A}(V)$ heißt Dilatation, wenn es ein $\lambda \in K$ gibt mit $T(F) = \lambda \cdot id_{T(V)}$.
Beweisen Sie, dass jede Dilatation mit zwei verschiedenen Fixpunkten die Identität ist.

Aufgabe 4

Sei $K = \mathbb{F}_2$ der Körper mit zwei Elementen.
a) Zeigen Sie, dass jede bijektive Abbildung $\mathbb{A}^2_K \longrightarrow \mathbb{A}^2_K$ eine Affinität ist.
b) Zeigen Sie, dass es Kollineationen $F : \mathbb{A}^3_K \longrightarrow \mathbb{A}^3_K$ gibt, die nicht affin sind.