M. Kreuzer
A. Fischer

Sommersemester 02

Übungsaufgaben
zur Vorlesung "Lineare Algebra I" für Lehramt

Blatt 7 **Abgabe bis 3.6.02 um 10.00 Uhr**

Aufgabe 1

Gegeben sei $f : V \longrightarrow V$ mit Matrix $\begin{pmatrix} 0 & & 0 & \alpha_1 \\ 1 & \ddots & & \vdots \\ & \ddots & 0 & \alpha_{n-1} \\ 0 & & 1 & \alpha_n \end{pmatrix}$. Zeigen Sie mit Hilfe von vollständiger Induktion, dass $\chi_f(x) = (-1)^n[x^n - \alpha_n x^{n-1} - ... - \alpha_1]$.

Aufgabe 2

Sei $f : V \longrightarrow V$ eine K-lineare Abbildung von der Gestalt $M_V(f) = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$, mit $A \in Mat_m(K), B \in Mat_l(K)$ und $m + l = \dim V$.
Zeigen Sie, dass $\chi_f(x) = \chi_A(x) \cdot \chi_B(x)$.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie das Minimalpolynom der Matrix $M := \begin{pmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 \\ 0 & & & 0 \end{pmatrix}$.

(Tipp: Berechnen Sie M^2, M^3, etc.)

Aufgabe 4

a) Was ist eine Drehung des dreidimensionalen Raums? Erklären Sie die Begriffe "Achse" und "Drehwinkel".
b) Durch welche Matrizen werden Drehungen im Raum $\mathbb{R}^3$ beschrieben, deren Drehachse die x_3-Achse ist?
c) Welche Eigenwerte und Eigenräume hat eine Matrix wie in b)?
Unterscheiden Sie die beiden Fälle, ob der Drehwinkel 180 Grad beträgt oder nicht.

****Aufgabe 5****

Schreiben Sie eine Maple-Prozedur "MinPoly(M_f)", die bei gegebener Matrix $M_f \in Mat_n(\mathbb{Q})$ das Minimalpolynom der zugehörigen $\mathbb{Q}$-linearen Abbildung $f : \mathbb{Q}^n \longrightarrow \mathbb{Q}^n$ bestimmt.
Hinweis: Gehen Sie dazu wie folgt vor: Berechnen Sie der Reihe nach $M_f^2, M_f^3, ...$ und prüfen Sie jeweils, ob die Matrizen $I_n, M_f, M_f^2, ..., M_f^m$ linear unabhängig sind.

Schicken Sie mir Ihr Programm bitte nicht über e-mail, sondern drucken es aus und geben es mit den anderen Aufgaben zusammen ab.