Logik für Informatiker
Übungsblatt 11

Aufgabe 26: Ein Ring, sie zu knechten, sie alle zu finden, ins Dunkel zu treiben und ewig zu binden
Ein Ring ist definiert als Menge R zusammen mit zwei Verknüpfungen „+“ und „·“, die den folgenden Axiomen genügen:

1. $(x + y) + z = x + (y + z)$ für alle $x, y, z \in R$.
2. $x + y = y + x$ für alle $x, y \in R$.
3. Es gibt ein Element $e \in R$ mit $e + x = x$ für alle $x \in R$.
4. Es gibt eine Abbildung $i : R \to R$ mit $i(x) + x = e$ für alle $x \in R$.
5. $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ für alle $x, y, z \in R$.
6. $x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$ für alle $x, y, z \in R$.
7. $(x + y) \cdot z = (x \cdot z) + (y \cdot z)$ für alle $x, y, z \in R$.

Man formuliere dies als Menge gleichungslogischer Formeln.

Aufgabe 27: Spielen in der Gruppe
Es sei G eine Gruppe (Axiome wie in Beispiel 4.1) und $x, y, z \in G$ mit

$$x \circ z = e,\ (z \circ y) \circ x = e,\ z \circ y = e.$$

Man formalisiere dies als Menge gleichungslogischer Formeln und folgere durch Termersetzung, dass $y = e$.