

## Logik für Informatiker Übungsblatt 6

### Aufgabe 13:

Seien  $F, G$  prädikatenlogische Formeln. Man zeige: Ist  $\alpha$  zu  $F$  und  $G$  passende Struktur, so gilt:

- Ist  $\alpha((\forall x : F) \vee (\forall x : G)) = 1$ , so ist auch  $\alpha(\forall x : (F \vee G)) = 1$ .
- Ist  $\alpha(\exists x : (F \wedge G)) = 1$ , so ist auch  $\alpha((\exists x : F) \wedge (\exists x : G)) = 1$ .

Weiter zeige man, dass die Umkehrung nicht gilt.

### Aufgabe 14:

Man formuliere die folgenden Aussagen über die Bewohner von Transylvanien als prädikatenlogische Formeln und gebe jeweils die passende Struktur an:

- Alle geisteskranken Vampire sagen die Wahrheit.
- Ist ein Mensch geistig gesund, so ist mindestens eins seiner Elternteile geistig gesund.
- Vampire heiraten nur Vampire.
- Alle geisteskranken Vampire haben mindestens ein Kind.

### Aufgabe 15:

Gegeben sei die prädikatenlogische Formel

$$F = \neg \exists x : (\exists y : P(z, f(x, y)) \vee \forall z : Q(z)) \vee \forall x : Q(x)$$

- Bringen Sie  $F$  in Matrix-Klausel-Form.
- Bestimmen Sie den Wahrheitswert für  $F$  für die Struktur  $\alpha = (U, \psi, \varphi, \xi)$  mit

$$U = \mathbb{Z}, \psi(P) = \{(x, y) \mid x > y\}, \psi(Q) = \text{Menge aller geraden Zahlen}, \\ \varphi(f) : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}, \varphi(f)(x, y) = |x - y|, \xi(x) = \xi(y) = \xi(z) = -1$$