

Logik / Logik für Informatiker Übungsblatt 5

Aufgabe 13:

Gegeben sei die Formel

$$F = \forall x : (\neg \exists y : Q(f(x, y, g(x))) \wedge P(y, a))$$

Geben Sie die Matrixformel von F , sämtliche Teilformeln von F sowie alle in F vorkommenden Terme an und bestimmen Sie für jedes Vorkommen einer Variable, ob diese frei oder gebunden ist.

Aufgabe 14:

Seien F, G prädikatenlogische Formeln und sei α eine zu F und G passende Struktur. Zeigen Sie folgende Sachverhalte:

- a) Ist $\alpha((\forall x : F) \vee (\forall x : G)) = 1$, so ist auch $\alpha(\forall x : (F \vee G)) = 1$.
- b) Ist $\alpha(\exists x : (F \wedge G)) = 1$, so ist auch $\alpha((\exists x : F) \wedge (\exists x : G)) = 1$.

Zeigen Sie weiterhin, dass die Umkehrungen nicht gelten.

Aufgabe 15: Professor Carters Abenteuer in den Kolonien 1

Professor Carter, Diener seiner Majestät Eduard VII in der Kolonialabteilung des britischen Museums, war unterwegs in den britischen Kolonien. Dort erforschte er das Verhalten der Eingeborenen, um den Kolonialteil der Encyclopaedia Britannica zu vervollständigen.

Im Zuge seiner vielen Reisen kam er in einen sehr abgelegenen Teil einer Kolonie, in der es zwei Stämme gab, die Pols und die Norms, wobei die Pols notorische Lügner sind. Er fand folgendes über die beiden Stämme heraus.

1. Pols heiraten nur Pols.
2. Alle geisteskranken Pols haben mindestens ein Kind.
3. Ist ein Norm geistig gesund, so ist mindestens eines seiner Elternteile geistig gesund.
4. Alle geisteskranken Pols sagen die Wahrheit.

Formulieren Sie die obigen Aussagen über die Bewohner dieses Teils der Kolonie als prädikatenlogische Formeln und geben Sie eine passende Struktur an. Verwenden Sie dabei möglichst wenige Funktions- und Prädikatensymbole.