Prof. Dr. M. Kreuzer
A. Hennekemper

Abgabe: 14.06.2007, 14.00h

Lineare Algebra und analytische Geometrie II für Lehramt Gymnasium

SS 2007 Übungsblatt 7

Latein für Angeber

Aufgabe 1 Ars lunga, vita brevis - Das Leben ist zu kurz für diese Berechnung!

Sei $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}_3(\mathbb{R})$.

Berechnen Sie gemäß Korollar 26.5 eine Orthonormalbasis des $\mathbb{R}^3$, die aus Eigenvektoren von A besteht!

Aufgabe 2 Ceterum censeo CoCoA esse delendam

Diagonalisieren Sie die folgende Matrix mit simultanen Zeilen- und Spaltenumformungen (ohne die Verwendung von CoCoA):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 5 & -4 \\ -3 & -4 & 8 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}_3(\mathbb{Q})$$

Aufgabe 3 Ad absurdum - Man zeige, dass diese Aufgabe unsinnig ist!

Sei $\Phi : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ eine symmetrische Bilinearform mit $G_E(\Phi) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ und $q : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ die zugehörige quadratische Form.

Zeichnen Sie die Menge $\{\, w \in \mathbb{R}^2 \mid q(w) = 1\}$ und beschreiben Sie die Hauptachsen! Erläutern Sie expressis verbis Ihr Vorgehen!

Aufgabe 4 Lex inertiae - Dienstag morgen, 8 Uhr cum tempore

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}_4(\mathbb{R})$ und $\Phi_A : \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}$ die zugehörige symmetrische Bilinearform.

Bestimmen Sie gemäß des Trägheitssatzes von Sylvester Unterräume V_0, V_+ und V_- von $\mathbb{R}^4$ mit $\mathbb{R}^4 = V_0 \oplus V_+ \oplus V_-$! Geben Sie außerdem den Trägheitsindex, die Signatur, den Nullindex und den Rang von Φ an!

Aufgabe 5 Deus impedito esuritori nullus - Kein Rechenfehler stoppt einen selbst programmierten Algorithmus!

a) Schreiben Sie eine CoCoA-Funktion `ZSAlgorithmus` (A), die eine symmetrische Matrix A in Diagonalgestalt transformiert!

b) Verwenden Sie Ihre Funktion `ZSAlgorithmus` (A) interaktiv, um die folgenden Matrizen auf Diagonalgestalt zu transformieren:

1)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 6 & -9 \\ 3 & -9 & 4 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}_3(\mathbb{Q})$$

2)

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -3 \\ 1 & 2 & -5 & -1 \\ -2 & -5 & 6 & 9 \\ -3 & -1 & 9 & 11 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}_4(\mathbb{Q})$$