

Logik für Informatiker Übungsblatt 11

Aufgabe 25:

Gegeben sei die Gleichungsmenge $M = \{F_1, F_2, F_3, F_4, F_5\}$ mit

$$F_1 : f(g(x, a)) = h(g(a, x))$$

$$F_2 : h(g(a, x)) = f(x)$$

$$F_3 : g(g(a, x), a) = h(g(a, f(x)))$$

$$F_4 : f(f(x)) = h(x)$$

$$F_5 : f(g(a, r(x))) = a$$

Bestimmen Sie bezüglich des zugehörigen Termersetzungssystems eine Normalform von $f(g(g(a, r(x)), a))$.

Aufgabe 26: Gegeben sei die Gleichungsmenge $M = \{F_1, F_2, F_3\}$ mit

$$F_1 : f(f(x, y), z) = f(x, f(y, z)), \quad F_2 : f(e, x) = x, \quad F_3 : f(i(x), x) = e$$

(vgl. Vorlesung). Zeigen Sie, dass das zugehörige Termersetzungssystem noethersch ist, und bestimmen Sie die kritischen Paare.

Aufgabe 27:

Eine Urne enthalte 150 schwarze und 75 weiße Kugeln. Es werden gleichzeitig zwei Kugeln gezogen. Haben sie die gleiche Farbe, wird eine schwarze Kugel in die Urne zurückgelegt. Sind ihre Farben verschieden, wird die weiße Kugel zurückgelegt. Dieser Prozess wird so lange wie möglich wiederholt. Man kann diese Situation beschreiben, indem man auf den Term

$$\underbrace{f(f(\cdots f(f(a, a), a) \cdots , a))}_{224}, \underbrace{b, b}_{150} \cdots , \underbrace{b}_{75}$$

ein geeignetes Termersetzungssystem anwendet, welches obige Ersetzungsregeln beschreibt sowie beliebige Vertauschung und Klammerung zulässt. Geben Sie Gleichungen an, die dieses Termersetzungssystem beschreiben.