

## Logik / Logik für Informatiker Übungsblatt 10

### Aufgabe 27:

Die ganzen Zahlen seien dargestellt durch die Konstante 0 sowie die einstelligen Funktionen  $s$  (wie *successor*) und  $p$  (wie *predecessor*). So sei etwa  $-3$  durch  $p(p(p(0)))$  und  $2$  durch  $s(s(0))$  repräsentiert. Weiterhin ordne  $m$  einer Zahl  $z$  die Zahl  $-z$  zu. Betrachte die Menge gleichungslogischer Formeln

1.  $s(p(x)) = x$
2.  $p(s(x)) = x$
3.  $m(0) = 0$
4.  $m(s(x)) = p(m(x))$

- a) Zeigen Sie, dass das zugehörige Termersetzungssystem Noethersch ist.
- b) Vervollständigen Sie das Termersetzungssystem.
- c) Zeigen Sie, dass gilt  $p(m(p(x))) = m(x)$ .
- d) Zeigen Sie, dass *nicht* folgt  $m(m(s(x))) = s(x)$ .

### Aufgabe 28:

Gegeben seien die Gleichungen

$$F_1: f(x, f(y, z)) = f(y, f(x, z))$$

$$F_2: f(x, x) = a$$

Zeigen Sie, dass das zugehörige Termersetzungssystem nicht Noethersch ist. Geben Sie eine Normalform für  $f(x, f(y, x))$  an.