

Logik / Logik für Informatiker Übungsblatt 5

Aufgabe 13:

Gegeben sei die prädikatenlogische Formel

$$F = \forall x : P(x) \Rightarrow \forall y : \exists x : (Q(x, y) \wedge Q(f(y), z))$$

Bestimmen Sie den Wahrheitswert $\alpha(F)$ von F für $\alpha = (U, \varphi, \psi, \xi)$ mit

- (i) $U = \mathbb{R}$, $\varphi(f) : U \rightarrow U, r \mapsto r + 1$ für alle $r \in \mathbb{R}$,
 $\psi(P) = \mathbb{R}^+$, $\psi(Q) = \{(r, s) \in \mathbb{R}^2 \mid r < s\}$, $\xi(x) = \xi(y) = 0$, $\xi(z) = 1$
- (ii) $U = \{\text{Alice}, \text{Bob}\}$, $\varphi(f) : U \rightarrow U, \text{Alice} \mapsto \text{Bob}, \text{Bob} \mapsto \text{Bob}$,
 $\psi(P) = U$, $\psi(Q) = \{(\text{Bob}, \text{Alice}), (\text{Bob}, \text{Bob})\}$, $\xi(x) = \xi(y) = \xi(z) = \text{Alice}$

Aufgabe 14:

Sei P ein zweistelliges Prädikat. Zeigen Sie, dass $\forall x : \exists y : P(x, y)$ eine Folgerung ist von $\exists y : \forall x : P(x, y)$, aber nicht umgekehrt.

Aufgabe 15: Auf der Jagd nach dem Riesenkaninchen

Um dem Riesenkaninchen auf die Schliche zu kommen, startet Wallace Untersuchungen und findet über die Kaninchen des Dorfes Folgendes heraus:

1. Hat ein Kaninchen rote Augen und weißes Fell, so hat auch seine Mutter rote Augen.
2. Hat ein weibliches Kaninchen weißes Fell, so auch alle seine Kinder.
3. Hat ein Kaninchen schwarzes Fell, so auch alle seine Geschwister.
4. Jedes Kaninchen teilt sich mit mindestens einem weiteren Kaninchen einen Bau.
5. Alle Kaninchen essen gerne Gemüse, es sei denn, ihr Gehirn wird bei Vollmond mit Hilfe von Mondstrahlen manipuliert. In diesem Fall essen sie nicht gerne Gemüse, sondern Käse.
6. Es gibt ein Riesenkaninchen, welches gerne Gemüse isst.

Drücken Sie die Thesen von Wallace mit Hilfe prädikatenlogischer Formeln aus.