

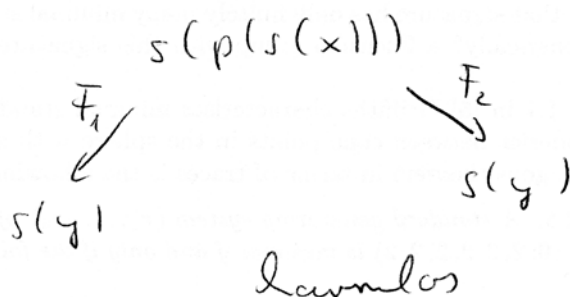
# Blatt 10

27] Die folgende Bearbeitung zeigt, dass die Knuth-Bendix-Vervollständigung nicht abbricht, wenn man die Terme anders anordnet.

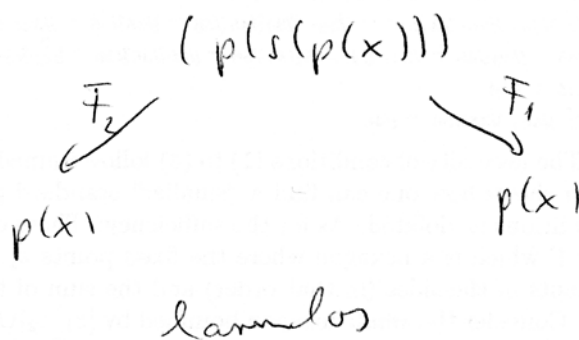
a) Durch einen Termersetzungsschritt nimmt die Länge eines Termes ab (Gleichung 1) bis 3) oder die Länge bleibt gleich und die Anzahl der "s" nimmt ab. Deshalb kann man auf jeden Term nur endlich viele Termersetzungsschritte anwenden.

b) Bilde die kritische Paare:

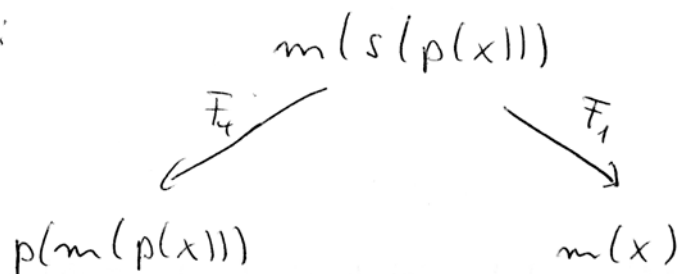
$(F_1, F_2)$ :



$(F_2, F_1)$ :



$(F_4, F_1)$ :

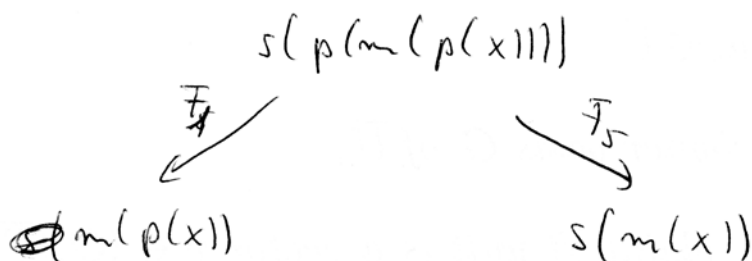


ist nicht kommutativ, füge die Gleichung

$$\boxed{F_5: p(m(p(x))) = m(x)}$$

hinzu. Das TES ist nach wie vor Noethersch.

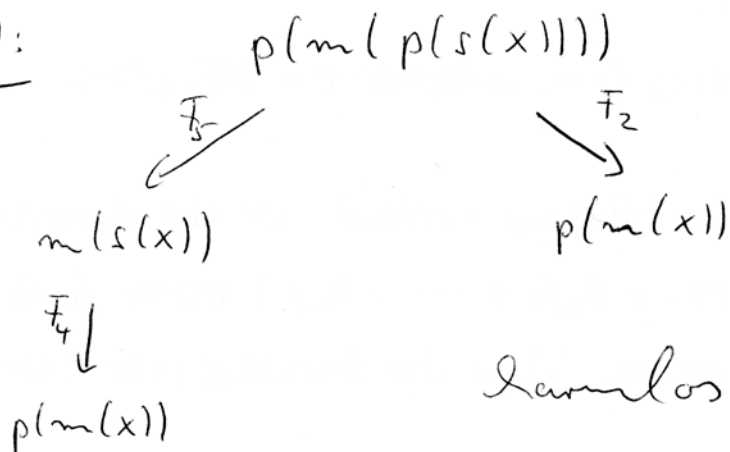
$(F_4, F_5)$ :



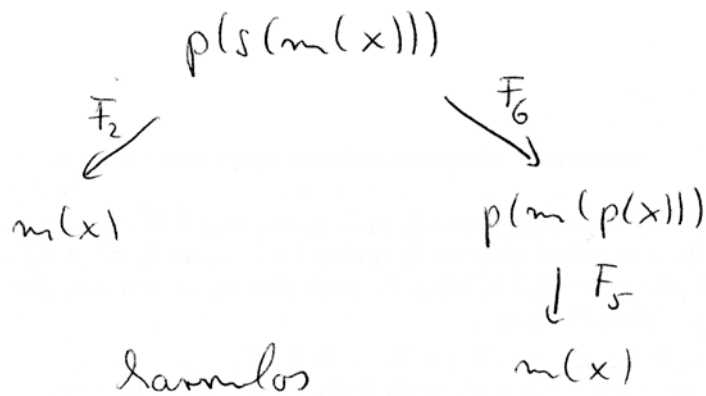
Füge  $\boxed{F_6: s(m(x)) = m(p(x))}$  hinzu.

Das TES ist nach wie vor Noethersch, da der Fall der „s“ abnimmt.

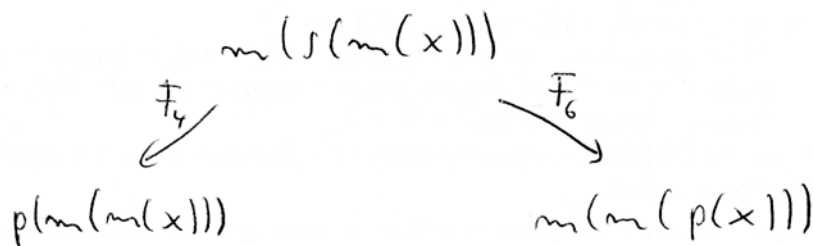
$(F_5, F_2)$ :



(F<sub>2</sub>, F<sub>6</sub>):



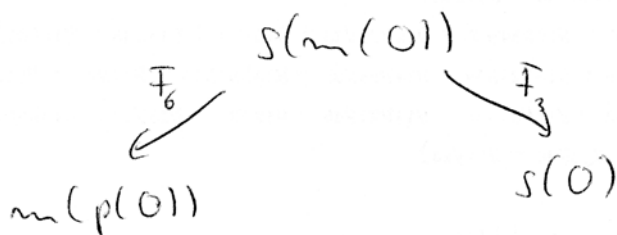
(F<sub>4</sub>, F<sub>6</sub>):



Frage  $\boxed{F_7: m(m(p(x))) = p(m(m(x)))}$  Ja/Nein.

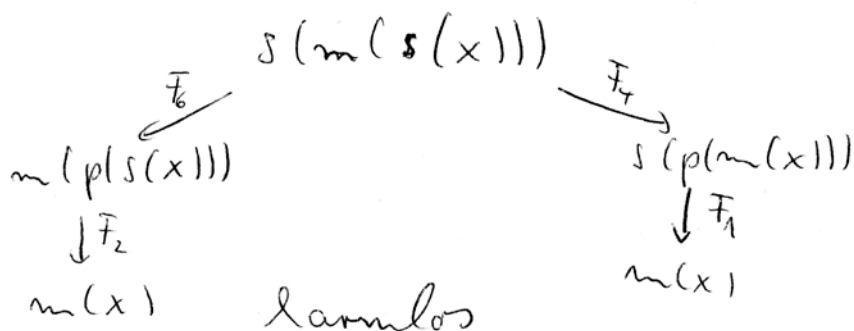
Die Länge bleibt gleich, es kommt kein "s" hinzu, ~~und~~ ein "p" wandert nach links und bei keinem anderen Schritt wandert ein ~~so~~ bereits vorhandenes "p" nach rechts. Deshalb ist das TES nach wie vor Noethersd.

(F<sub>6</sub>, F<sub>3</sub>):

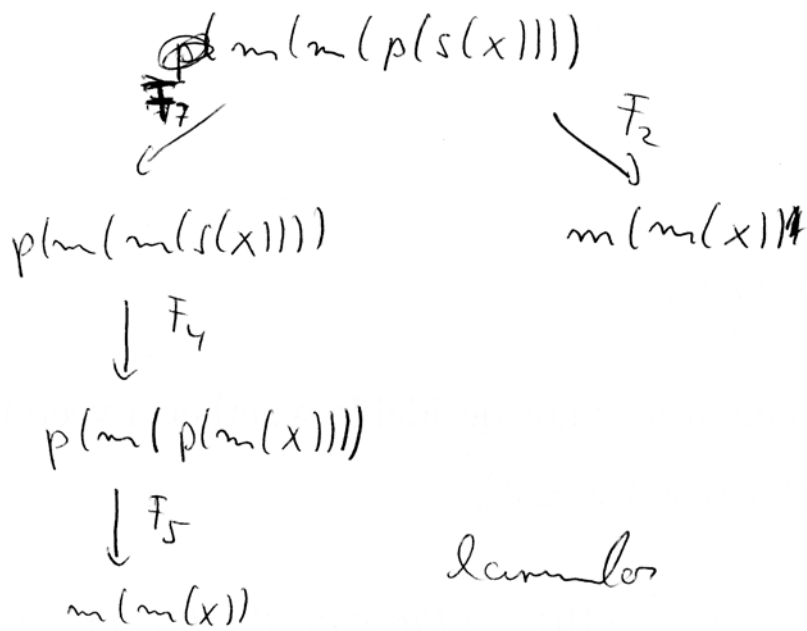


Frage  $\boxed{F_8: m(p(0)) = s(0)}$  Ja/Nein.

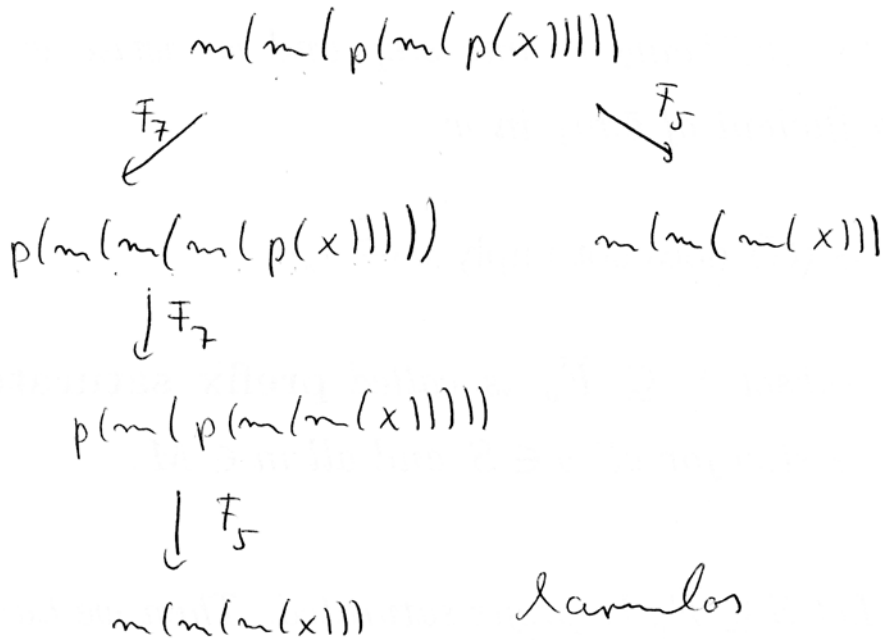
(F<sub>6</sub>, F<sub>4</sub>):



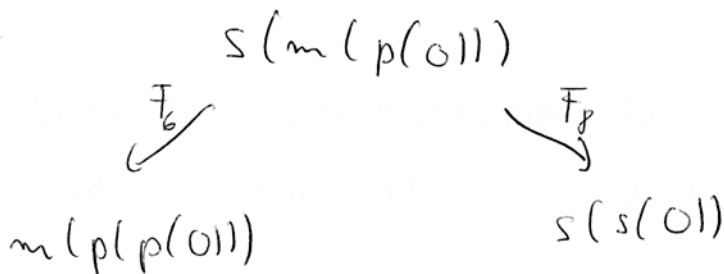
(F<sub>7</sub>, F<sub>2</sub>):



(F<sub>7</sub>, F<sub>5</sub>):

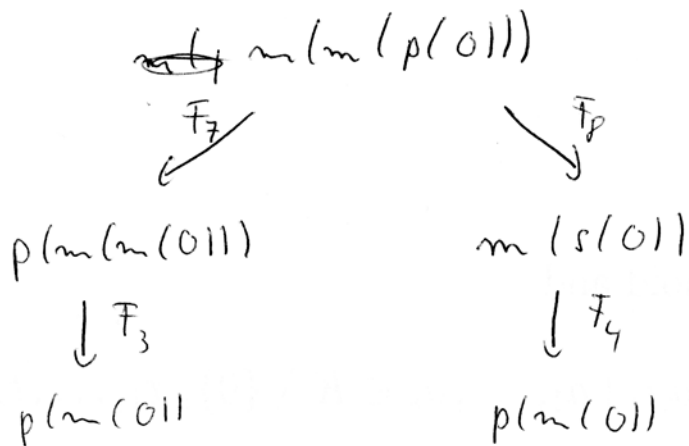


(F<sub>6</sub>, F<sub>8</sub>):



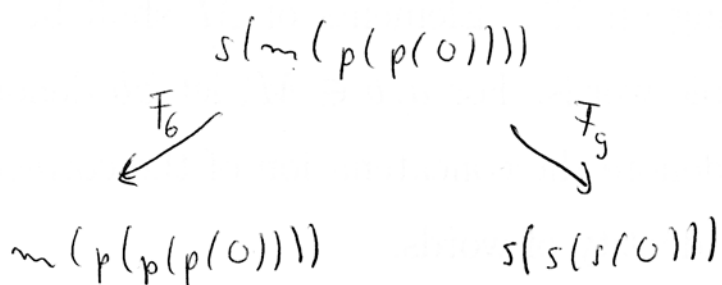
Frage  $F_9: m(p(p(0))) = s(s(0))$  *linear*

$(F_7, F_8)$ :



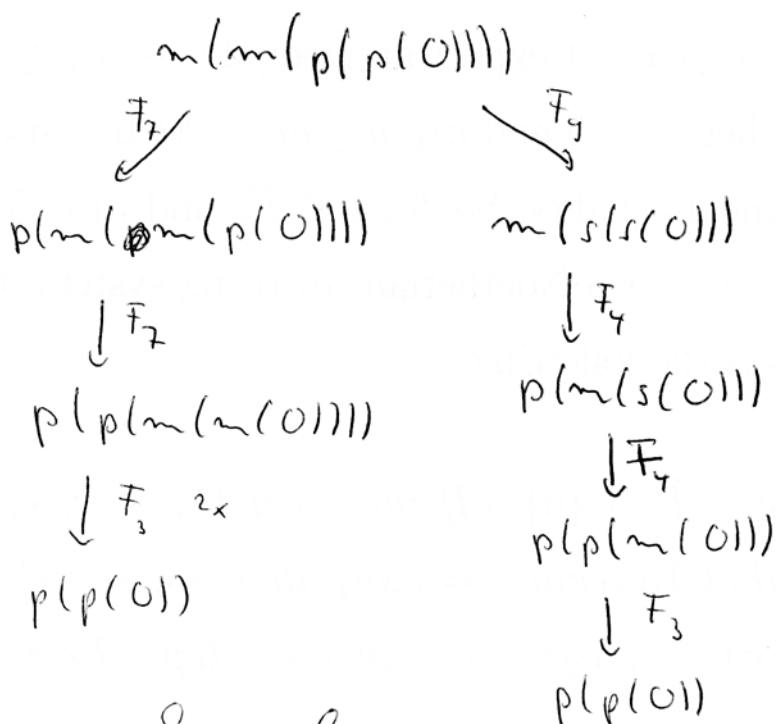
lamulas

$(F_6, F_9)$ :



Fixe  $F_{10}$ :  $m(p(p(p(0)))) = s(s(s(0)))$  linza.

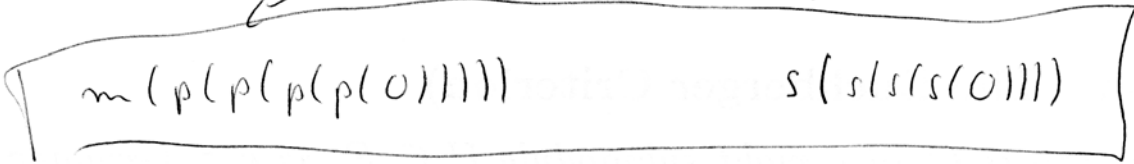
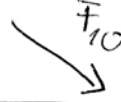
$(F_7, F_9)$ :



lamulas

$(F_6, F_{10})$ :

$s(m(p(p(p(0)))))$



now, (wpl.  $(F_6, F_8), (F_6, F_9)$ )