

## Logik / Logik für Informatiker Übungsblatt 9

### Aufgabe 25: Gruppenspiele

Sei  $G$  eine Gruppe (Axiome siehe Vorlesung, wobei die Folgerung  $x \circ i(x) = e$  und  $x \circ e = x$  hinzugenommen werden). Weiter gebe es  $\tilde{a}, a \in G$  mit  $\tilde{a} \circ a = e$ .

- Formulieren Sie obige Situation als gleichungslogische Formeln.
- Zeigen Sie, dass gilt  $\tilde{a} = i(a)$ .

### Aufgabe 26: in der Form, aus der Form, Normalform

Gegeben sei die Gleichungsmenge  $\mathcal{M} = \{F_1, F_2, F_3, F_4, F_5\}$  mit

$$F_1: f(f(a, x), a) = r(f(a, g(x)))$$

$$F_2: r(f(a, x)) = g(x)$$

$$F_3: g(f(x, a)) = r(f(a, x))$$

$$F_4: g(f(a, k(x))) = a$$

$$F_5: g(g(x)) = r(x)$$

Bestimmen Sie bezüglich des zugehörigen Termersetzungssystems alle Normalformen von

$$g(f(f(a, k(x)), a)).$$

### Aufgabe 27: Professor Carters Abenteuer in den Kolonien 4

Professor Carter ruhte sich vor der Hütte eines Medizinmannes aus und beobachtete eine Gruppe von Kindern, die mit gelben und blauen Steinen spielten. Er bat seinen Führer, sich zu erkundigen, wie das Spiel funktioniert. Er übersetzte für Professor Carter folgende Regeln.

In einer hohen Schale, in der man nicht leicht hineinsehen kann, befinden sich 50 gelbe und 25 blaue Steine. Es werden immer zwei Steine gleichzeitig gezogen. Sind sie von gleicher Farbe, so wird ein gelber Stein in die Schüssel zurückgelegt, sind sie verschiedener Farbe, so wird ein blauer Stein zurückgelegt.

Man kann dieses Spiel beschreiben, indem man auf den Term

$$\underbrace{f(f(\cdots f(f(a, a), a) \cdots, a), b), b)}_{74} \cdots \underbrace{b)}_{25}$$

ein geeignetes Termersetzungssystem anwendet, welches obige Ersetzungsregeln beschreibt sowie beliebige Vertauschungen und Klammerung zulässt. Geben Sie Gleichungen an, die dieses Termersetzungssystem beschreiben.