

## Logik / Logik für Informatiker Übungsblatt 10

### Aufgabe 28:

Gegeben seien die Gleichungen

$$F_1: f(g(x, y)) = f(y)$$

$$F_2: g(a, x) = x$$

$$F_3: g(f(x), a) = f(x)$$

- Zeigen Sie, dass das zugehörige Termersetzungssystem Noethersch ist.
- Prüfen Sie, ob das Termersetzungssystem konfluent ist, und vervollständigen Sie es ggf. zu einem solchen Termersetzungssystem. (Achten sie darauf, dass das Termersetzungssystem Noethersch bleibt.)

### Aufgabe 29:

Gegeben seien die Gleichungen

$$F_1: p(r(x)) = s(s(x)),$$

$$F_2: s(t(x)) = p(x),$$

$$F_3: p(t(x)) = s(x),$$

$$F_4: t(t(x)) = x.$$

- Zeigen Sie, dass das zugehörige Termersetzungssystem  $M = \{F_1, F_2, F_3, F_4\}$  Noethersch und konfluent ist.
- Zeigen Sie, dass aus diesen Gleichungen *nicht*  $p(t(s(t(x)))) = p(s(t(t(x))))$  folgt.

### Aufgabe 30: Professor Carters Abenteuer in den Kolonien 5

Professor Carter verfolgte das Spiel aus Aufgabe 27 bis zum Ende. Er zeigte sich sehr verwundert, als am Ende des Spiels ein gelber Stein übrig blieb und tat dies auch kund. Er erklärte dem Einheimischen, welcher ihm als Übersetzer diente, das sich das Spiel durch folgende Gleichungen beschreiben lässt.

$$F_1: f(a, a) = a$$

$$F_2: f(b, b) = a$$

$$F_3: f(a, b) = b$$

$$F_4: f(b, a) = f(a, b)$$

$$F_5: f(f(x, y), z) = f(x, f(y, z))$$

Vervollständigt man das zugehörige Termersetzungssystem, so muss man 25 kritische Paare betrachten (deshalb verlangen wir dies hier nicht). Welchen Stein erhält man am Ende der Situation von Aufgabe 27, unter der Voraussetzung, dass das Termersetzungssystem zu einem konfluenten System vervollständigt ist?