

## Logik / Logik für Informatiker Übungsblatt 11

### Aufgabe 31:

Seien  $F$  und  $G$  modallogische Formeln.

a) Beweisen Sie die folgenden fundamentalen Äquivalenzen.

$$(i) \quad \neg \diamond F \equiv \square \neg F$$

$$(ii) \quad \neg \square F \equiv \diamond \neg F$$

b) Zeigen Sie die Allgemeingültigkeit von

$$\diamond (F \Rightarrow G) \Rightarrow (\square F \Rightarrow \diamond G).$$

### Aufgabe 32:

Gegeben sei der Rahmen  $\mathcal{R} = (\mathbb{N}, <)$  und die  $\mathbb{N}$ -Belegung  $\xi : \{A, B\} \times \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\}$  mit

$$\xi(A, n) = \begin{cases} 1 & \text{falls } n \neq 6 \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad \xi(B, n) = \begin{cases} 1 & \text{falls } n \text{ ungerade} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Berechnen Sie am Referenzpunkt  $s = 4$  die Wahrheitswerte der modallogischen Formeln

a)  $F = \square A$

b)  $G = \diamond \square A$

c)  $H = \square \diamond (B \wedge \square A)$

### Aufgabe 33: Professor Carters Abenteuer in den Kolonien 6

In den britischen Kolonien ist, bedingt durch die britische Besatzung, Cricket mittlerweile zum Volkssport geworden. In dem zur Zeit von Professor Carter besuchten Teil der Kolonien gibt es drei große Mannschaften, die Bots, die Kongs und die Mits. Beim Häuptlingsstammtisch werden aus den Ergebnissen der bisherigen Begegnungen folgende „Regeln“ für die restliche Spielzeit abgeleitet.

- 1) „In jeder Runde gewinnt mindestens eine der drei Mannschaften (Bots, Kongs, Mits).“
- 2) „Wenn die Bots mal nicht gewinnen, so gewinnt an diesem Spieltag auch die Mannschaft der Kongs nicht.“
- 3) „Wenn die Bots an einem Spieltag gewinnen, so gewinnen am selben Spieltag auch die Mits.“
- 4) „Die Mits gewinnen alle restlichen Spiele.“

Formulieren Sie obige Aussagen als modallogische Formeln und geben Sie die zugehörige Struktur an.