

Mathematik in Bild und Ton: Wie man mit Mathematik scharfe Bilder macht

Aufgabe 1 (Starten von Fiji)

Melden Sie sich mit Ihrem Login-Namen und Passwort auf einem Rechner an.

To do: File-System beschreiben.

Öffnen Sie das Programm Fiji durch Doppelklick.

Öffnen Sie das Fenster `Plugins` → `Utilities` → `Control Panel` für eine einfachere Navigation durch die Menü-Einträge.

Aufgabe 2 (Fourier-Transformation und Rotation)

Öffnen Sie das Bild `fourierhouse.tif` mit `File` → `Open`.

Wir wollen die Fourier-Transformierte des Bildes und die des gedrehten Bildes vergleichen.

Drehen Sie das Bild: `Image` → `Transform` → `Rotate...` → 15° . Was fällt auf?

Bringen Sie das Bild in den Ursprungszustand zurück: `File` → `Revert`.

Damit das gedrehte Bild nicht in Teilen außerhalb des Bildbereichs liegt, schneiden wir einen runden Bildausschnitt aus. Klicken Sie im ImageJ-Fenster `Oval` an, das zweite Symbol von links. Wählen Sie im Bild `fourierhouse.tif` den größtmöglichen Kreis aus. Wenn Sie dabei die Shift-Taste gedrückt halten, gibt das Auswahlwerkzeug einen Kreis statt einer Ellipse vor. Schneiden Sie den Kreis mit `Edit` → `Clear Outside` aus.

Duplizieren Sie das neue Bild mit `Image` → `Duplicate`. Drehen Sie eine der Kopien.

Berechnen Sie für beide Bilder die Fourier-Transformation: `Process` → `FFT` → `FFT`.

$$FFT : \quad \text{Ortsbereich} \rightarrow \text{Frequenzbereich}$$
$$f(t, s) = \sum_{n,m} c_{nm} e^{2\pi i n t} e^{2\pi i m s} \mapsto \{c_{nm}\}_{n,m},$$

wobei $t, s = -\frac{N-1}{2}, \dots, \frac{N-1}{2}$, $n, m = -\frac{N-1}{2}, \dots, \frac{N-1}{2}$, N ungerade. FFT steht für Fast Fourier Transformation. Beobachtung?

Aufgabe 3 (Filtern im Frequenzbereich)

Filtern bedeutet, bestimmte Frequenzanteile c_{nm} zu betonen und andere zu unterdrücken.

Wählen Sie ein Bild aus, etwa `tor.tif`, `krabben.tif`, `blatt.tiff`, `dolden.tif`, und wenden Sie darauf einen Bandpass-Filter an: `Process` → `FFT` → `Bandpass-Filter`. Setzen Sie das

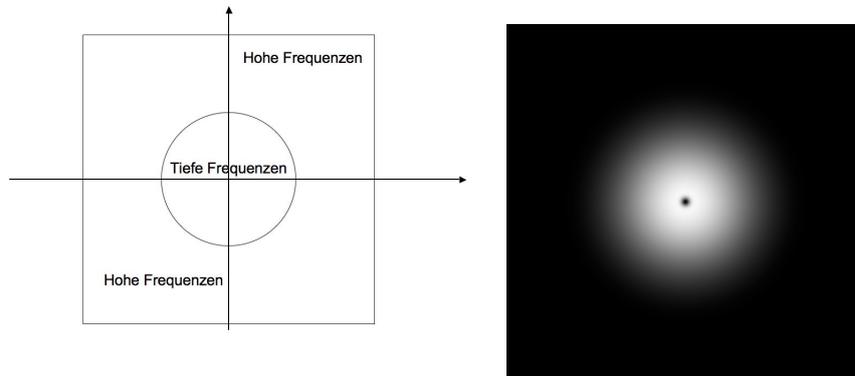


Abbildung 1: Die Frequenzebene, rechts, und ein Bandpass-Filter, links.

Häkchen bei `Display Filter`. Probieren Sie verschiedene Filter aus und vergleichen Sie die Ergebnisse. Wie unterscheiden sich die Filter?

Bandpass-Filter eignen sich, Strukturen mit spezifischen Größen hervorzuheben und andere zu unterdrücken.

Beispiel-Eingabe: `tor.tif` mit 10 – 15. `dolden.tif` mit 10 – 15.

Die Wavelet-Transformation ist eine geschickte Kombination von mehreren Bandpassfiltern, so dass alle Bildinformation in der Kombination der Bänder erhalten bleibt.

Aufgabe 4 (Bildfusion)

Laden Sie eine Bildsequenz aus einen der Ordner `Dome`, `Algen`, `Fadenalge` mittels `File` → `Import` → `Image Sequence`.

Betrachten Sie den Bildstapel und nutzen Sie den Slider, um die Bilder zu vergleichen.

Aufgrund der geringen Tiefenschärfe, die das Mikroskop liefern kann, sind die abgebildeten Objekte in jedem Bild nur teilweise scharf zu sehen. Wir nutzen eine Wavelet-Transformation, um die scharfen Bereiche in jedem Bild lokal zu finden. Dann können wir ein scharfes Gesamtbild erstellen.

Öffnen Sie `Plugins` → `Process` → `Extended Depth of Field (Easy mode)`. Setzen Sie Häkchen bei `Compute and Show the Height Map` und bei `Show 3D View`

Klicken Sie auf `Run`. Die Berechnung dauert eventuell einige Sekunden. Ergebnis?

Skalieren Sie die 3D-Darstellung mit dem z-Regler, so dass die Darstellung gut interpretierbar ist.

Probieren Sie die drei Qualitätsstufen `Fast`, `Medium` und `High` aus. Welche Unterschiede beobachten Sie?

Die Wavelet-Transformation erlaubt, lokale Details in einem Bild aufzuspüren. Dies machen wir uns zunutze, um die lokal scharfen Bereiche in jedem Bild zu finden, da diese viele Details enthalten.

Links: Bildverarbeitungspaket: fiji.sc,

Bilddatenbank (ohne Stapel): <http://www.greyc.ensicaen.fr/lcondat/imagebase.html>

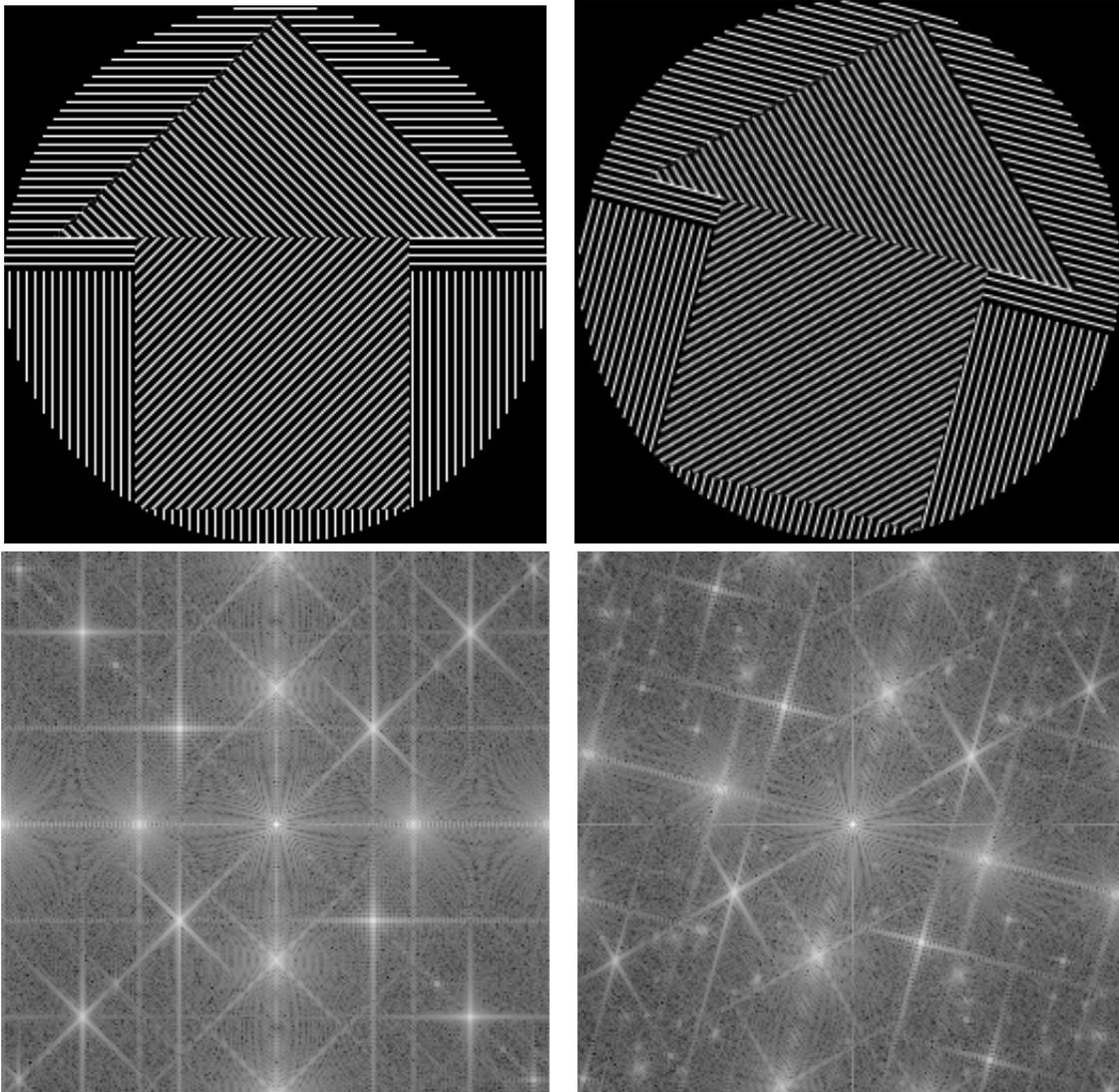
Lösung

Lösung zu Aufgabe 2:

Bei der Drehung des Originalbildes werden einige Bildbereiche nicht mehr sichtbar.

Um Originalbild mit gedrehtem Bild vergleichbar zu machen, scheiden wir einen runden Bildausschnitt aus, der unter der Rotation erhalten bleibt.

Nach Drehung und Fourier-Transformation erhalten wir folgendes Ergebnis:



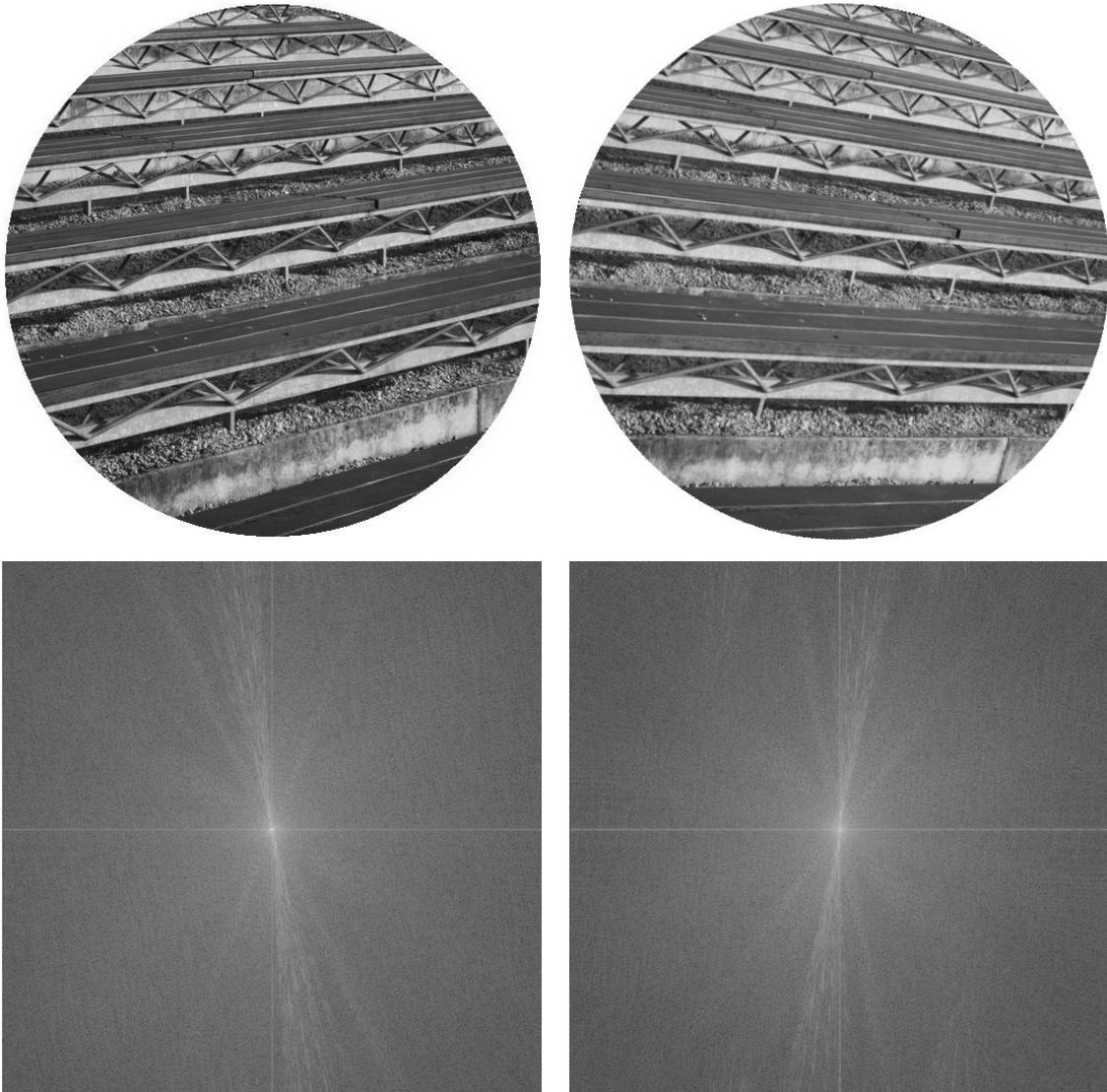
Interpretation: Mit der Drehung des Bildes dreht sich auch das Fourier-Spektrum um denselben Winkel.

Die Strahlen in der Fourier-Transformation sind senkrecht zu den dominanten Richtungen im Bild.

Die Fourier-Transformierte des gedrehten Bildes hat mehr kleine helle Sterne als das Original. Dies sind hohe Frequenzen, die bei der Interpolation entstehen: Beim Drehen des Bildes müssen

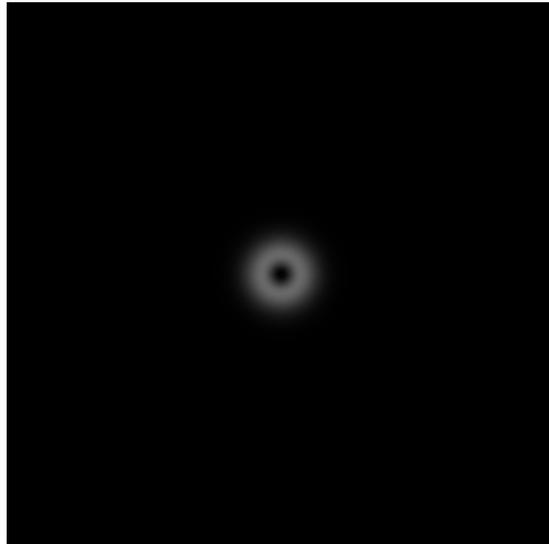
die Pixel neu berechnet werden aus den ursprünglichen Pixeln. Dabei muss interpoliert werden, was Fehler erzeugt. Die Fehler verteilen sich über das ganze Fourier-transformierte Bild.

Dieselbe Prozedur beim Bild `Sitzbänke.tif` zeigt bei der Fourier-Transformierten helle, dominante Strahlen, die senkrecht zur Richtung der Sitzbänke verlaufen.



Lösung zu Aufgabe 3:

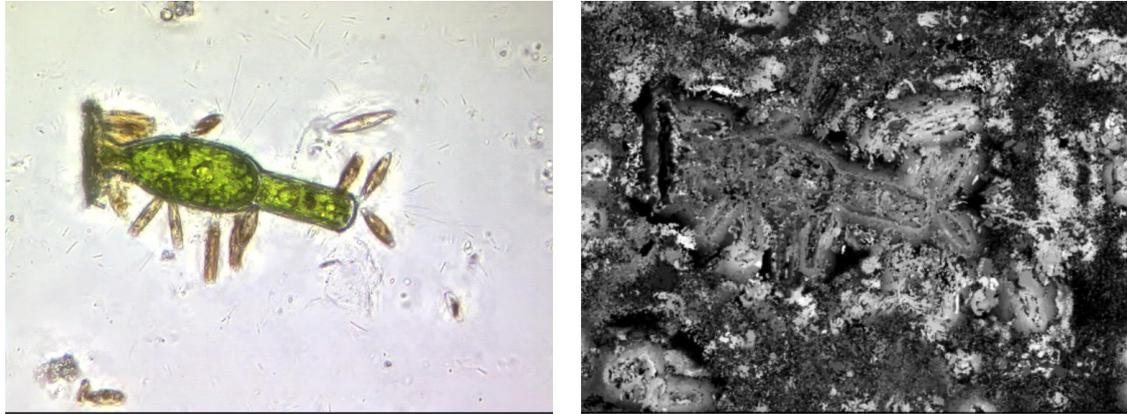
Für das Bild `Tor.tif` mit den Bandpass-Grenzen 10–15 ergibt sich:



Man findet also gerade die großen Nägel der beschlagenen Tür. Unten ist der Bandpassfilter angezeichnet.

Lösung zu Aufgabe 4:

Beispiel für ein fusioniertes Bild (links) und die zugehörige Höhenkarte (rechts).



Für eine glatte 3D-Darstellung sollte man den z-Regler weit nach rechts schieben und beim Smoothing-Regler justieren, bis das Bild gut interpretierbar ist.

Das Bild dome ist mit Auflichtmikroskopie aufgenommen worden, Es liefert sehr gute Ergebnisse.

Die Algen-Bilder sind mit Durchlicht-Mikroskopie erzeugt worden. Man sieht, dass das Licht bei diesen Vergrößerungsstufen gebrochen wird. Dennoch ist diese nicht optimale Darstellung besser als nichts für die Biologen: In fusionierten Bildern lassen sich die Algen viel schneller klassifizieren und durchzählen, als in den Original-Bildstapeln.

Das gezeigte Bild ist nur ein kleiner Ausschnitt einer großen Aufnahme vieler Algen. Derartige Aufnahmen werden gemacht und die Gewässergüte zu klassifizieren. Die Art und Anzahl der einzelnen Algenarten gibt Aufschluss über die Verschmutzung-